Écart type d'une somme, d'une différence, d'une moyenne

Y. Moncheaux

Octobre 2017

Table des matières

On effectue plusieurs mesures d'une même longueur, on obtient les résultats suivants (en mètres) :
125,01 ; 125,02 ; 124,97 ; 124,98 ; 125,03 ; 124,99.

On effectue plusieurs mesures d'une même longueur, on obtient les résultats suivants (en mètres) :
125,01 ; 125,02 ; 124,97 ; 124,98 ;
125,03 ; 124,99.

Premier réflexe : calculer la moyenne, on trouve : $m = 125$.

On effectue plusieurs mesures d'une même longueur, on obtient les résultats suivants (en mètres) :
125,01 ; 125,02 ; 124,97 ; 124,98 ; 125,03 ; 124,99.

Premier réflexe : calculer la moyenne, on trouve : $m = 125$.

On s'intéresse ensuite aux écarts par-rapport à cette moyenne (les « résidus ») ; par exemple le premier résidu est $125,01 - 125 = 0,01$ donc 1 cm.

On effectue plusieurs mesures d'une même longueur, on obtient les résultats suivants (en mètres) :
125,01 ; 125,02 ; 124,97 ; 124,98 ; 125,03 ; 124,99.

Premier réflexe : calculer la moyenne, on trouve : $m = 125$.

On s'intéresse ensuite aux écarts par-rapport à cette moyenne (les « résidus ») ; par exemple le premier résidu est $125,01 - 125 = 0,01$ donc 1 cm.

On obtient les résidus suivants (pour simplifier les calculs, je les ai mis en centimètres) :

On effectue plusieurs mesures d'une même longueur, on obtient les résultats suivants (en mètres) :
125,01 ; 125,02 ; 124,97 ; 124,98 ; 125,03 ; 124,99.

Premier réflexe : calculer la moyenne, on trouve : $m = 125$.

On s'intéresse ensuite aux écarts par-rapport à cette moyenne (les « résidus ») ; par exemple le premier résidu est $125,01 - 125 = 0,01$ donc 1 cm.

On obtient les résidus suivants (pour simplifier les calculs, je les ai mis en centimètres) :

1 ; 2 ; -3 ; -2 ; 3 ; -1.

1 ; 2 ; -3 ; -2 ; 3 ; -1.

Ces résidus sont les écarts par-rapport à la moyenne.

1 ; 2 ; -3 ; -2 ; 3 ; -1.

Ces résidus sont les écarts par-rapport à la moyenne.

Deuxième réflexe : calculer la moyenne des résidus (moyenne des écarts).

1 ; 2 ; -3 ; -2 ; 3 ; -1.

Ces résidus sont les écarts par-rapport à la moyenne.

Deuxième réflexe : calculer la moyenne des résidus (moyenne des écarts). On obtient 0.

1 ; 2 ; -3 ; -2 ; 3 ; -1.

Ces résidus sont les écarts par-rapport à la moyenne.

Deuxième réflexe : calculer la moyenne des résidus (moyenne des écarts). On obtient 0.

Pourtant, il y a eu des écarts... (deuxième réflexe à oublier !)

1 ; 2 ; -3 ; -2 ; 3 ; -1.

Ces résidus sont les écarts par-rapport à la moyenne.

Deuxième réflexe : calculer la moyenne des résidus (moyenne des écarts). On obtient 0.

Pourtant, il y a eu des écarts. . . (deuxième réflexe à oublier !)

Pour éviter ce problème de signes (et pour une autre raison mathématique), on va calculer les carrés des résidus :
1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

On peut alors calculer la moyenne des carrés des résidus :

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

On peut alors calculer la moyenne des carrés des résidus :

$$\frac{1+4+9+4+9+1}{6} = \frac{14}{3} \simeq 4,67.$$

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

On peut alors calculer la moyenne des carrés des résidus :

$$\frac{1+4+9+4+9+1}{6} = \frac{14}{3} \simeq 4,67.$$

Cette moyenne des carrés des résidus est appelée la variance de l'échantillon : $V \simeq 4,67$.

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

On peut alors calculer la moyenne des carrés des résidus :

$$\frac{1+4+9+4+9+1}{6} = \frac{14}{3} \simeq 4,67.$$

Cette moyenne des carrés des résidus est appelée la variance de l'échantillon : $V \simeq 4,67$.

L'écart type est la racine carrée de la variance : $\sigma = \sqrt{V}$.

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

On peut alors calculer la moyenne des carrés des résidus :

$$\frac{1+4+9+4+9+1}{6} = \frac{14}{3} \simeq 4,67.$$

Cette moyenne des carrés des résidus est appelée la variance de l'échantillon : $V \simeq 4,67$.

L'écart type est la racine carrée de la variance : $\sigma = \sqrt{V}$.

On obtient ici : $\sigma \simeq \sqrt{4,67} \simeq 2,16$ cm.

1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

On peut alors calculer la moyenne des carrés des résidus :

$$\frac{1+4+9+4+9+1}{6} = \frac{14}{3} \simeq 4,67.$$

Cette moyenne des carrés des résidus est appelée la variance de l'échantillon : $V \simeq 4,67$.

L'écart type est la racine carrée de la variance : $\sigma = \sqrt{V}$.

On obtient ici : $\sigma \simeq \sqrt{4,67} \simeq 2,16$ cm.

On peut écrire ceci : $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n}}$

où $v_i = x_i - m$ sont les résidus et n la taille de l'échantillon (le nombre de mesures).

On a calculé l'écart type basé sur un échantillon.

On a calculé l'écart type basé sur un échantillon.

On admet que l'écart type « réel » peut alors être approché de la façon suivante :

On a calculé l'écart type basé sur un échantillon.

On admet que l'écart type « réel » peut alors être approché de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{réel}} \simeq \sigma_{\text{échantillon}} \times \sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

On a calculé l'écart type basé sur un échantillon.

On admet que l'écart type « réel » peut alors être approché de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{réel}} \simeq \sigma_{\text{échantillon}} \times \sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

On trouve donc :

On a calculé l'écart type basé sur un échantillon.

On admet que l'écart type « réel » peut alors être approché de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{réel}} \simeq \sigma_{\text{échantillon}} \times \sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

On trouve donc :

$$\sigma \simeq \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n}} \times \sqrt{\frac{n}{n-1}} \simeq \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n-1}}$$

On a calculé l'écart type basé sur un échantillon.

On admet que l'écart type « réel » peut alors être approché de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{réel}} \simeq \sigma_{\text{échantillon}} \times \sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

On trouve donc :

$$\sigma \simeq \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n}} \times \sqrt{\frac{n}{n-1}} \simeq \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n-1}}$$

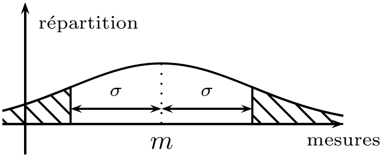
Dans l'exemple précédent, $\sigma \simeq \sqrt{\frac{28}{5}} \simeq 2,366.$

Représentation graphique

Quand on repète un grand nombre de mesures, les petites mesures et les grandes mesures sont rares, on obtient en fait une courbe qui ressemble à ceci :

Représentation graphique

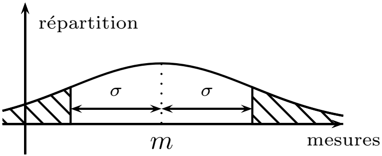
Quand on repète un grand nombre de mesures, les petites mesures et les grandes mesures sont rares, on obtient en fait une courbe qui ressemble à ceci :



appelée courbe de Gauss (ou courbe en cloche).

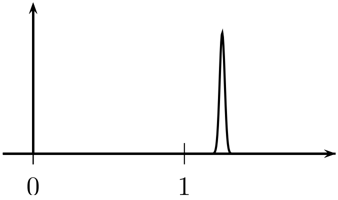
Représentation graphique

Quand on repète un grand nombre de mesures, les petites mesures et les grandes mesures sont rares, on obtient en fait une courbe qui ressemble à ceci :



appelée courbe de Gauss (ou courbe en cloche).
Environ 2/3 des mesures sont dans la zone blanche.

Dans le cas de l'exemple :



On mesure deux longueurs a et b et on s'intéresse à leur somme $a + b$.

Exemple

Nombre de mesures : Ok

On mesure deux longueurs a et b et on s'intéresse à leur somme $a + b$.

Exemple

Nombre de mesures : Ok

Propriété

Si la corrélation (linéaire) entre les mesures de a et de b est nulle alors :

On mesure deux longueurs a et b et on s'intéresse à leur somme $a+b$.

Exemple

Nombre de mesures : Ok

Propriété

Si la corrélation (linéaire) entre les mesures de a et de b est nulle alors :

$$V_{a+b} = V_a + V_b$$

On mesure deux longueurs a et b et on s'intéresse à leur somme $a+b$.

Exemple

Nombre de mesures : Ok

Propriété

Si la corrélation (linéaire) entre les mesures de a et de b est nulle alors :

$$V_{a+b} = V_a + V_b$$

d'où

$$\sigma_{a+b}^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$$

On mesure deux longueurs a et b et on s'intéresse à leur somme $a+b$.

Exemple

Nombre de mesures : Ok

Propriété

Si la corrélation (linéaire) entre les mesures de a et de b est nulle alors :

$$V_{a+b} = V_a + V_b$$

d'où

$$\sigma_{a+b}^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$$

ou encore

$$\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$$

Pythagore !

La formule fonctionne comme le théorème de Pythagore (en fait c'est le théorème de Pythagore. . .).

Pythagore !

La formule fonctionne comme le théorème de Pythagore (en fait c’est le théorème de Pythagore. . .).

Exemple 1

On a un écart type de 1 cm sur la mesure d’une longueur a et un écart type de 5 mm sur la mesure d’une longueur b.

Pythagore !

La formule fonctionne comme le théorème de Pythagore (en fait c'est le théorème de Pythagore...).

Exemple 1

On a un écart type de 1 cm sur la mesure d'une longueur a et un écart type de 5 mm sur la mesure d'une longueur b.
L'écart type sur la somme des deux longueurs est alors :

Pythagore !

La formule fonctionne comme le théorème de Pythagore (en fait c'est le théorème de Pythagore...).

Exemple 1

On a un écart type de 1 cm sur la mesure d'une longueur a et un écart type de 5 mm sur la mesure d'une longueur b.
L'écart type sur la somme des deux longueurs est alors :
$\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2} = \sqrt{1^2 + 0,5^2} \simeq 1,118$ cm.

Pythagore !

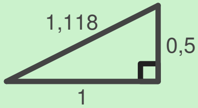
La formule fonctionne comme le théorème de Pythagore (en fait c'est le théorème de Pythagore...).

Exemple 1

On a un écart type de 1 cm sur la mesure d'une longueur a et un écart type de 5 mm sur la mesure d'une longueur b.

L'écart type sur la somme des deux longueurs est alors :

$\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2} = \sqrt{1^2 + 0,5^2} \simeq 1,118$ cm.

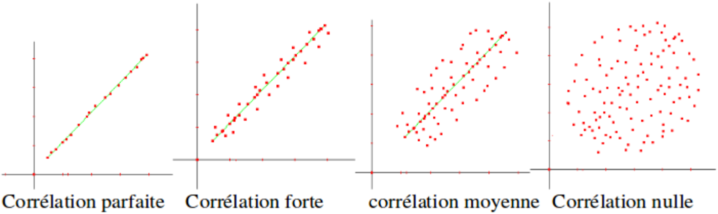


Corrélation linéaire ?

Entre deux séries de mesures, on peut mesurer une corrélation linéaire.

Corrélation linéaire ?

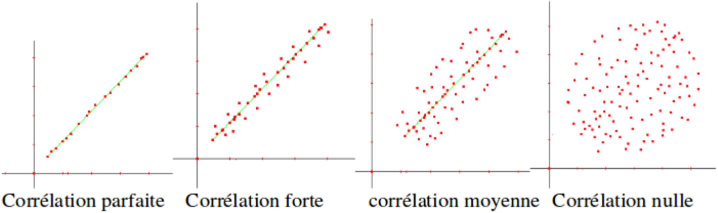
Entre deux séries de mesures, on peut mesurer une corrélation linéaire.



(source)

Corrélation linéaire ?

Entre deux séries de mesures, on peut mesurer une corrélation linéaire.



(source)

En dehors des cas théoriques (probabilités), la corrélation n'est jamais complétement nulle donc la formule : $\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$ est en fait approximative.

Généralisation

La variance d'une somme de mesure $x = a + b + c + d + \ldots$ est : $V_x = V_a + V_b + V_c + V_d + \ldots$ (en l'absence de corrélation).

Généralisation

La variance d'une somme de mesure $x = a + b + c + d + \dots$ est : $V_x = V_a + V_b + V_c + V_d + \dots$ (en l'absence de corrélation).

L'écart type d'une somme est donc :
$\sigma_x = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \sigma_d^2 + \dots}$

Généralisation

La variance d'une somme de mesure
$x = a + b + c + d + \ldots$ est : $V_x = V_a + V_b + V_c + V_d + \ldots$
(en l'absence de corrélation).

L'écart type d'une somme est donc :
$\sigma_x = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \sigma_d^2 + \ldots}$

Si les écarts types de n mesures a, b, c, d, $\ldots$ sont identiques ($\sigma_a = \sigma_b = \sigma_c = \ldots$) alors

Généralisation

La variance d'une somme de mesure $x = a + b + c + d + \ldots$ est : $V_x = V_a + V_b + V_c + V_d + \ldots$ (en l'absence de corrélation).

L'écart type d'une somme est donc :
$\sigma_x = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \sigma_d^2 + \ldots}$

Si les écarts types de n mesures a, b, c, d, $\ldots$ sont identiques ($\sigma_a = \sigma_b = \sigma_c = \ldots$) alors
$\sigma_x = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \ldots} = \sqrt{n\sigma_a^2}$ donc

Généralisation

La variance d'une somme de mesure $x = a + b + c + d + \ldots$ est : $V_x = V_a + V_b + V_c + V_d + \ldots$ (en l'absence de corrélation).

L'écart type d'une somme est donc : $\sigma_x = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \sigma_d^2 + \ldots}$

Si les écarts types de n mesures a, b, c, d, $\ldots$ sont identiques ($\sigma_a = \sigma_b = \sigma_c = \ldots$) alors $\sigma_x = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \sigma_a^2 + \ldots} = \sqrt{n\sigma_a^2}$ donc $\sigma_x = \sigma_a\sqrt{n}$.

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Les résidus sont (en centimètres) :

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Les résidus sont (en centimètres) :

-1 ; -2 ; 3 ; 2 ; -3 ; 1.

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Les résidus sont (en centimètres) :

-1 ; -2 ; 3 ; 2 ; -3 ; 1.

et leurs carrés :
1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Les résidus sont (en centimètres) :

-1 ; -2 ; 3 ; 2 ; -3 ; 1.

et leurs carrés :
1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

on retrouve les mêmes carrés donc la même variance.

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Les résidus sont (en centimètres) :

-1 ; -2 ; 3 ; 2 ; -3 ; 1.

et leurs carrés :
1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

on retrouve les mêmes carrés donc la même variance.

En fait, ça ne change rien : $V_{-a} = V_a$.

Que se passe-t-il si on change le signe des mesures ?

Exemple 2

$-125,01$; $-125,02$; $-124,97$; $-124,98$; $-125,03$; $-124,99$.

Les résidus sont (en centimètres) :

-1 ; -2 ; 3 ; 2 ; -3 ; 1.

et leurs carrés :
1 ; 4 ; 9 ; 4 ; 9 ; 1.

on retrouve les mêmes carrés donc la même variance.

En fait, ça ne change rien : $V_{-a} = V_a$.

On en déduit que $V_{a-b} = V_{a+(-b)} = V_a + V_{-b} = V_a + V_b$.

$V_{a-b} = V_a + V_b$ donc

$V_{a-b} = V_a + V_b$ donc

$$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$$

En fait, $\sigma_{a-b} = \sigma_{a+b}$.

Exemple 3

On s'intéresse à la différence entre les hauteurs de deux poteaux verticaux a et b.

$V_{a-b} = V_a + V_b$ donc

$$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$$

En fait, $\sigma_{a-b} = \sigma_{a+b}$.

Exemple 3

On s'intéresse à la différence entre les hauteurs de deux poteaux verticaux a et b.

L'écart type des mesures du premier poteau est de 6 mm, tandis que pour le second poteau, il est de 3 mm.

$V_{a-b} = V_a + V_b$ donc

$$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$$

En fait, $\sigma_{a-b} = \sigma_{a+b}$.

Exemple 3

On s'intéresse à la différence entre les hauteurs de deux poteaux verticaux a et b.

L'écart type des mesures du premier poteau est de 6 mm, tandis que pour le second poteau, il est de 3 mm.

Alors l'écart type des mesures de différences de hauteurs entre les deux poteaux est d'environ :

$V_{a-b} = V_a + V_b$ donc

$$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$$

En fait, $\sigma_{a-b} = \sigma_{a+b}$.

Exemple 3

On s'intéresse à la différence entre les hauteurs de deux poteaux verticaux a et b.

L'écart type des mesures du premier poteau est de 6 mm, tandis que pour le second poteau, il est de 3 mm.

Alors l'écart type des mesures de différences de hauteurs entre les deux poteaux est d'environ :
$\sigma_{\text{diff}} = \sigma_{a-b} = \sqrt{6^2 + 3^2} \simeq 6,7$ mm.

Pour rappel

$$V = \sigma^2$$

Pour rappel

$V = \sigma^2$

$V_{a+b} = V_a + V_b$ (environ...) donc $\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$
et $\sigma_{a+b+c+\dots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \dots}$

Pour rappel

$V = \sigma^2$

$V_{a+b} = V_a + V_b$ (environ...) donc $\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$
et $\sigma_{a+b+c+\ldots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots}$

$V_{a-b} = V_a + V_{-b} = V_a + V_b$ (environ...) donc
$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$

Pour rappel

$V = \sigma^2$

$V_{a+b} = V_a + V_b$ (environ...) donc $\sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$
et $\sigma_{a+b+c+\ldots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots}$

$V_{a-b} = V_a + V_{-b} = V_a + V_b$ (environ...) donc
$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$

Cas particulier : Si $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_c = \cdots = \sigma$ alors
$\sigma_{a+b+c+\ldots} = \sigma\sqrt{n}$ (n est le nombre de mesures)

Écart type d'une moyenne

On fait une série de n mesures $a, b, c, \ldots$ d'une même longueur. Chaque mesure est entâchée d'une erreur mais comme l'appareillage reste le même, on a un même écart-type σ pour chaque mesure.

Écart type d’une moyenne

On fait une série de n mesures a, b, c, $\dots$ d’une même longueur. Chaque mesure est entâchée d’une erreur mais comme l’appareillage reste le même, on a un même écart-type σ pour chaque mesure.

Pour se rapprocher de la longueur réelle, on fait ensuite la moyenne des mesures :

$$m = \frac{a + b + c + \dots}{n}.$$

Écart type d'une moyenne

On fait une série de n mesures a, b, c, $\ldots$ d'une même longueur. Chaque mesure est entâchée d'une erreur mais comme l'appareillage reste le même, on a un même écart-type σ pour chaque mesure.

Pour se rapprocher de la longueur réelle, on fait ensuite la moyenne des mesures :

$$m = \frac{a+b+c+\ldots}{n}.$$

Quel est l'écart type de cette moyenne ?

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, . . ., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, . . ., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, ..., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, ..., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Moyenne des mesures : $m = \dfrac{a + b + c + \cdots + z}{26} = \dfrac{x}{26}$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, . . ., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Moyenne des mesures : $m = \dfrac{a + b + c + \cdots + z}{26} = \dfrac{x}{26}$

donc l'écart type sur la moyenne est :

$$\sigma_m =$$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, ..., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Moyenne des mesures : $m = \dfrac{a + b + c + \cdots + z}{26} = \dfrac{x}{26}$

donc l'écart type sur la moyenne est :

$$\sigma_m = \sigma_{\frac{x}{26}} =$$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, ..., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Moyenne des mesures : $m = \dfrac{a + b + c + \cdots + z}{26} = \dfrac{x}{26}$

donc l'écart type sur la moyenne est :

$$\sigma_m = \sigma_{\frac{x}{26}} = \frac{\sigma_x}{26} =$$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, ..., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Moyenne des mesures : $m = \dfrac{a + b + c + \cdots + z}{26} = \dfrac{x}{26}$

donc l'écart type sur la moyenne est :

$$\sigma_m = \sigma_{\frac{x}{26}} = \frac{\sigma_x}{26} = \frac{2\sqrt{26}}{26} =$$

Exemple 4

On fait 26 mesures (a, b, c, ..., z) d'une même longueur.
L'écart type, à chaque mesure, est de 2 cm.
Quel est l'écart type de la moyenne ?

Somme des mesures : $x = a + b + c + \cdots + z$

Écart type sur cette somme : $\sigma_x = \sigma\sqrt{n} = 2\sqrt{26}$

Moyenne des mesures : $m = \dfrac{a+b+c+\cdots+z}{26} = \dfrac{x}{26}$

donc l'écart type sur la moyenne est :

$$\sigma_m = \sigma_{\frac{x}{26}} = \frac{\sigma_x}{26} = \frac{2\sqrt{26}}{26} = \frac{2}{\sqrt{26}} \simeq 0,39 \text{ cm.}$$

Propriété générale :

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

où :
σ_m est l'écart type de la moyenne
σ est l'écart type sur une mesure.

Propriété générale :

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

où :
σ_m est l'écart type de la moyenne
σ est l'écart type sur une mesure.

Remarque : l'écart type de la moyenne est plus petit que l'écart type sur une mesure (car la moyenne est plus proche de la longueur réelle).

Quelle formule utiliser ?

① $\sigma_{a\pm b\pm c\pm\ldots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots}$

② $\sigma_{a\pm b\pm c\pm\ldots} = \sigma\sqrt{n}$

② $\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Situation 1 :
Calculer l'écart type sur un calcul de longueur d'une ligne polygonale.

Quelle formule utiliser ?

① $\sigma_{a \pm b \pm c \pm \ldots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots}$

② $\sigma_{a \pm b \pm c \pm \ldots} = \sigma\sqrt{n}$

② $\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Situation 2 :
On effectue plusieurs visées sur un même objet pour mieux connaître la longueur de cet objet.

Quelle formule utiliser ?

① $\sigma_{a \pm b \pm c \pm \ldots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots}$

② $\sigma_{a \pm b \pm c \pm \ldots} = \sigma \sqrt{n}$

② $\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Situation 3 :
Différentes erreurs affectent les éléments d'un niveau (calage de la bulle, lecture sur mire, etc.) et on cherche l'écart type pour une visée.

Quelle formule utiliser ?

① $\sigma_{a \pm b \pm c \pm \ldots} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots}$

② $\sigma_{a \pm b \pm c \pm \ldots} = \sigma\sqrt{n}$

② $\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Situation 4 :
Ecart type sur un calcul d'angle sortant à partir des gisements des différentes stations.