DIRECTION GÉNÉRALE DES FINANCES PUBLIQUES

CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN GÉOMÈTRE DES FINANCES PUBLIQUES DU CORPS DES GÉOMÈTRES-CADASTREURS DES FINANCES PUBLIQUES

ANNÉE 2016

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N°2

Durée : 3 heures – Coefficient : 6

Résolution d'un ou plusieurs problèmes ou exercices de mathématiques

---

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DES FINANCES ET DES COMPTES PUBLICS

Tournez la page S.V.P.

Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données

Nom : ....
Prénom : ....
Date de naissance : ....
N° de candidature : ....
(si absence de code barre)
Signature :

Nom de naissance

Prénom usuel

Jour, mois et année

Numéro de candidature

Signature obligatoire

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture code à barres candidat

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Faire comme ceci

Ne pas faire

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture code à barres candidat

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel [1]
[1] Rayer les mentions inutiles

Externe

Pour l'emploi de : Technicien-géomètre

Épreuve n° : 2

Matière : 030 – Mathématiques

Date : 1 8 0 5 2 0 1 6

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

NOTE / 20

N°140 - IMPRIMERIE NATIONALE 2014 01 51061 PO - Juin 2014 - 145 112

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Pour remplir ce document :

Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur NOIRE ou BLEUE.

EXEMPLE DE MARQUAGE : Faire comme ceci — Ne pas faire

Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

Cadre **A** réservé à la notation

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00

Décimales

,00 ,25 ,50 ,75

Cadre **B** réservé à la notation rectificative

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00

Décimales

,00 ,25 ,50 ,75

Erreur

NOTE / 20

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE

SUJET

MATHÉMATIQUES

Code matière : 030

L'usage de la règle graduée et de la calculatrice est autorisé.
Les candidats sont autorisés à utiliser les calculatrices programmables et alphanumériques à fonctionnement autonome sans imprimante, à entrée unique par clavier. Afin de limiter les appareils à un format raisonnable, leurs dimensions ne devront pas dépasser 21 cm de long et 15 cm de large.

Les téléphones portables sont interdits y compris pour leur fonctionnalité accessoire de calculatrice.

L'utilisation de tout autre document ou matériel est interdite.

Vous traiterez l'ensemble des exercices suivants. Les 3 exercices sont indépendants. Les résultats doivent être justifiés.

EXERCICE 1

On considère la fonction numérique f de variable réelle définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \ln(x + 1) - \ln(x)$$

et soit C la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 3 cm).

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$

2. Calculer la dérivée f ' et étudier son signe.
En déduire le sens de variation de la fonction f ; on précisera l'abscisse du minimum de f.

3. Soit D la droite d'équation y = x.
   a) Démontrer que la droite D est asymptote à la courbe C en $+\infty$.
   b) Étudier la position de C par-rapport à D.
   c) Construire la courbe C et ses asymptotes.

4.
   a) Montrer que pour tout réel u de [0 ;1] :
   $$1-u \leq \frac{1}{(1+u)} \leq 1 \quad .$$

Tournez la page S.V.P.

b) En déduire que pour tout réel t de [0 ;1] :

$$t-\frac{t^2}{2}\leq \ln(1+t)\leq t$$

c) En déduire que, pour tout réel x de $[1\ ;\ +\infty\ [$,

$$0\leq x+\frac{1}{x}-f(x)\leq \frac{1}{2x^2}$$

EXERCICE 2

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=0$, et pour tout entier naturel n par $u_{(n+1)}=\frac{(2u_n+3)}{(u_n+4)}$

1. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_{(n+1)}=2-\frac{5}{(u_n+4)}$.

2. Montrer par récurrence que, pour tout entier n non nul, $0\leq u_n\leq 2$.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n, par $v_n=\frac{(u_n-1)}{(u_n+3)}$.

Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ dont on précisera le premier terme.

4. Écrire alors v_n en fonction de n. Déterminer la limite de la suite (v_n) .

5. Écrire u_n en fonction de n. Étudier la convergence de la suite (u_n) .

EXERCICE 3

1.
Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

a) Calculer P(-1)

b) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout nombre complexe z, on ait : $P(z)=(z+1)(az^2+bz+c)$

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation P(z) = 0.

2.
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique : 2 cm).
On désigne par A, B, C et G les points du plan d'affixes respectives :

$z_A=-1$

$z_B=2+i\sqrt{3}$

$z_C=2-i\sqrt{3}$

$z_G=3$

a) Placer les points A, B, C et G dans le plan complexe.

b) Calculer les distances AB, BC et AC. En déduire la nature du triangle ABC.

c) Calculer un argument du nombre complexe $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$
En déduire la nature du triangle GAC.

3. Soit (D) l'ensemble des points M du plan tels que : $(-\vec{MA}+2\vec{MB}+2\vec{MC}).\vec{CG}=12$ **(1)**

a) Démontrer que G est le barycentre du système de points pondérés : $\{(A,-1);(B\ ,\ 2);(C\ ,\ 2)\}$

b) Démontrer que la relation **(1)** est équivalente à la relation $\vec{GM}.\vec{CG}=-4$ **(2)**
Vérifier que le point A appartient à l'ensemble (D).

c) Démontrer que la relation **(2)** est équivalente à la relation $\vec{AM}.\vec{GC}=0$
En déduire l'ensemble (D) et le tracer.