

**CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN GÉOMÈTRE  
DU CORPS DES GÉOMÈTRES-CADASTREURS  
DES FINANCES PUBLIQUES**

**ANNÉE 2015**

---

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2**

*Durée : 3 heures - Coefficient : 6*

---

**Résolution d'un ou plusieurs problèmes ou exercices de mathématiques**

---

*Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.*

---

***Recommandations importantes***

*Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.*

*Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.*

*Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.*



**Tournez la page S.V.P.**

**Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données**

**Nom de naissance**


**Prénom usuel**

**Jour, mois et année**


**Signature obligatoire**

**Numéro de candidature**


*Nom : \_\_\_\_\_*  
*Prénom : \_\_\_\_\_*  
*Date de naissance : \_\_\_\_\_*  
*N° de candidature : \_\_\_\_\_*  
*(si absence de code barre)*  
*Signature : \_\_\_\_\_*




Faire comme ceci



Ne pas faire



ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION



Axe de lecture code à barres candidat

**À compléter par le candidat**

**Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance**

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel <sup>(1)</sup>  
<sup>(1)</sup> Rayer les mentions inutiles

**Externe**

Pour l'emploi de : **Technicien-géomètre**

Épreuve n° : **2**

Matière : **030 – Mathématiques**

Date : **1 9 0 5 2 0 1 5**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :  

**Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires**

### À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

**Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification**

**NOTE / 20**


### RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

#### À L'ATTENTION DU CORRECTEUR


**Pour remplir ce document :**  
 Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur **NOIRE** ou **BLEUE**.

**EXEMPLE DE MARQUAGE :**

Faire comme ceci



Ne pas faire



Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

#### Cadre A réservé à la notation

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
<b>Décimales</b>		
,00	,25	,50

#### Cadre B réservé à la notation rectificative

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
<b>Décimales</b>		
,00	,25	,50
<b>Erreur</b>		

**NOTE / 20**

**EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE**

## SUJET

### MATHÉMATIQUES

Code matière : 030

Vous traiterez l'ensemble des exercices suivants constituant le sujet de l'option choisie sur votre dossier d'inscription.

L'usage de la règle graduée et de la calculatrice est autorisé à l'exclusion de celle des téléphones portables.

**Les 3 exercices sont indépendants.**

### EXERCICE N° 1

On considère le polynôme  $P$  de la variable complexe  $z$  défini par  $P(z) = z^3 - (1 - i)z^2 + z - 1 + i$  où  $z$  appartient au corps des complexes.

1. Montrer que  $z_1 = -i$  est solution de l'équation  $P(z) = 0$ .
2. Déterminer les deux autres racines  $z_2$  et  $z_3$  de l'équation  $P(z) = 0$ .
3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{U}, \vec{V})$ , on considère les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_1, z_2, z_3$ .  
Déterminer le nombre complexe  $z_4$  dont l'image est le point  $D$ , quatrième sommet du parallélogramme  $ABCD$ .

## **EXERCICE N° 2**

### **Partie A.**

Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie par :

$$f(x) = (x+4)e^{-\left(\frac{1}{2}\right)x}$$

et soit  $C$  la courbe représentative de  $f$  dans un plan  $P$  muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique : 2 cm).

1. Étudier les variations de la fonction  $f$ .  
Déterminer les limites de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .
2. a) Donner une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $C$  au point d'abscisse 0.  
b) On veut préciser la position de  $C$  par rapport à  $T$ .

On pose  $y = t(x)$  l'équation de cette tangente  $T$  et on pose

$$h(x) = f(x) - t(x).$$

Calculer  $h'(x)$  et  $h''(x)$ .

Étudier les variations de la fonction  $h'$  et en déduire le signe de  $h'(x)$ .

Puis, déterminer le signe de  $h(x)$ .

c) Vérifier qu'en ce point de  $C$  d'abscisse 0, la dérivée seconde  $f''(x)$  s'annule en changeant de signe.

3. Construire  $C$  et  $T$ .  
Préciser les asymptotes s'il y a lieu.

### **Partie B.**

Soit  $F$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie par :

$$F(x) = (ax+b)e^{-\left(\frac{1}{2}\right)x}$$

1. Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $F$  soit une primitive de  $f$ .
2. Soit  $\lambda$  un réel supérieur à  $-4$ .

Calculer l'aire  $A(\lambda)$  de la surface limitée par  $C$ , l'axe des  $x$  et les droites d'équations  $x = -4$ ,  $x = \lambda$ .

Calculer la limite de cette aire quand  $\lambda$  tend vers  $+\infty$ .

### **Partie C.**

1. Utiliser la courbe  $C$  pour représenter graphiquement dans le même repère la fonction numérique  $g$  définie par :

$$h(x) = |x+4|e^{-\left(\frac{1}{2}\right)x}$$

2. Résoudre graphiquement l'équation  $|x+4|e^{-\left(\frac{1}{2}\right)x} = m$  où  $m$  désigne un paramètre réel.

### EXERCICE N° 3

Le plan P est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit A (-1, 1).  
On considère l'application f :

$$\begin{array}{ccc} P & \rightarrow & \mathbb{R} \\ M & \mapsto & A\vec{M}^2 + \vec{OM} \cdot (\vec{i} + \vec{j}). \end{array}$$

- 1) Exprimer f(M) sous la forme  $A\vec{M} \cdot B\vec{M}$  puis sous la forme  $\alpha U\vec{M}^2 + \beta$ ,  
où B, U,  $\alpha$  et  $\beta$  seront à déterminer.
- 2) En déduire les lignes de niveau de f. (pour rappel, la ligne de niveau de l'application f est l'ensemble des points du plan tels que  $f(M) = k$ ).





