

**CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN GÉOMÈTRE  
DU CORPS DES GÉOMÈTRES-CADASTREURS  
DES FINANCES PUBLIQUES**

**ANNÉE 2014**

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2**

*Durée : 3 heures - Coefficient : 6*

**Résolution d'un ou plusieurs problèmes ou exercices de mathématiques**

*Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.*

***Recommandations importantes***

*Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.*

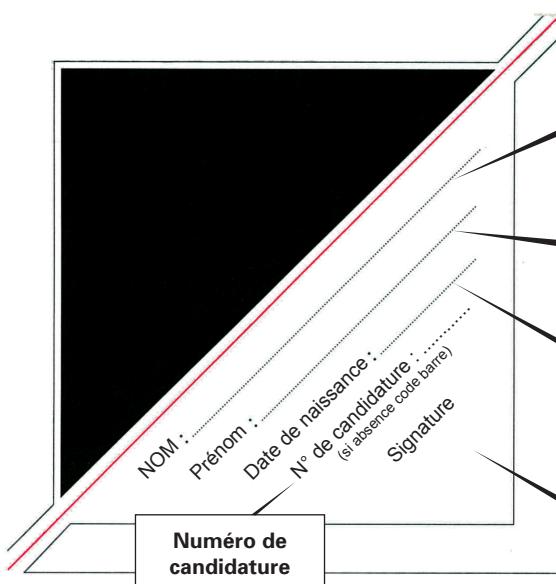
*Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.*

*Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.*



**Tournez la page S.V.P.**

**Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données**



Après avoir servi l'en-tête, rabattez et collez le cache

**Nom  
de naissance**

**Prénom usuel**

**Jour, mois  
et année**

**Signature  
obligatoire**

NOM :  
Prénom :  
Date de naissance :  
N° de candidature :  
(si absence code barre)  
Signature

**Numéro de  
candidature**



**RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION**  
(Sauf l'étiquette d'identification)

ÉTIQUETTE  
D'IDENTIFICATION

Épreuve

Matière

--	--	--	--

Axe de lecture  
Code à barres  
candidat

Concours interne ou externe ou examen professionnel :

**Externe**

Pour l'emploi de : **Technicien-géomètre**

Épreuve n° : **2**

Matière : **030 – Mathématiques**

Date : **20052014**

Nombre d'intercalaires supplémentaires : **4**

ÉTIQUETTE  
D'IDENTIFICATION

Axe de lecture  
Code à barres  
candidat

--	--	--

Numéro du correcteur

**Préciser  
éventuellement le  
nombre  
d'intercalaires  
supplémentaires**

#### À L'ATTENTION DU CANDIDAT

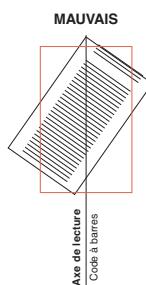
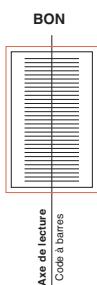
En dehors du cadre prévu à cet effet, il est interdit de signer sa copie ou de mettre un signe distinctif.

Les étiquettes d'identification ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

#### POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### EXEMPLE



**NOTE/20**

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

**NOTE/20**

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

**NOTE/20**

Numéro du correcteur

Numéro de copie

Numéro de copie

**EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE**

SUJET

MATHÉMATIQUES

Code matière : 030

Vous traiterez l'ensemble des exercices suivants constituant le sujet de l'option choisie sur votre dossier d'inscription.

L'usage de la règle graduée et de la calculatrice est autorisé, à l'exclusion de celle des téléphones portables.

**Les 4 exercices sont indépendants.**

**EXERCICE N°1**

L'espace est rapporté au repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On considère les points A, B et C de coordonnées respectives A (1 ; 0 ; 2), B (-4 ; 3 ; 1) et C (2 ;  $\alpha$  ; 1) où  $\alpha$  est un nombre réel.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par A et B.
2. Déterminer  $\alpha$  pour que le triangle ABC soit rectangle en B.
3. En prenant la valeur de  $\alpha$  trouvée à la question précédente, calculer la distance de C à la droite  $(\Delta)$ .

## **EXERCICE N°2**

On définit la suite numérique  $(u_n)$  par :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 2 \end{cases}$$

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  en fonction de  $a$ .
2. Déterminer la valeur de  $a$  pour que la suite  $(u_n)$  soit constante.
3. Dans la suite de l'exercice, on prendra  $a = 6$ . On considère la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_n - 5$  pour tout entier naturel  $n$ .

Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

4. En déduire l'expression de  $v_n$  pour tout entier naturel  $n$ . Exprimer  $u_n$  en fonction de  $v_n$  puis donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
5. Soit  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$  pour tout  $n \geq 1$ . Montrer que  
$$S_n = \frac{5}{2}(1 - 0,6^n) + 5n.$$
6. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  et celle de  $(S_n)$ .

### **EXERCICE N°3**

On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \ln\left|\frac{e.x - 1}{2x + 1}\right|$ , où  $e$  désigne le nombre irrationnel tel que  $\ln e = 1$ . On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer le domaine de définition de  $f$  noté  $D_f$ .

2. Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ .

3. Soit  $F$  la fonction définie pour tout  $x$  de l'intervalle  $\left[\frac{1}{e}; +\infty\right[$  par :

$$F(x) = \left(x - \frac{1}{e}\right) \ln(e.x - 1) - \left(x + \frac{1}{2}\right) \ln(2x + 1).$$

Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $\left[\frac{1}{e}; +\infty\right[$ .

4. Déterminer l'aire en  $\text{cm}^2$  du domaine du plan délimité par la courbe  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = 1$  et  $x = 2$ . On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.

## **EXERCICE N°4**

Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{8}$  et  $\sin \frac{\pi}{8}$ . Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ . L'unité graphique est 1cm.

### **PARTIE A**

a. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation bicarrée :

$$4x^4 - 4x^2 - 1 = 0.$$

b. Montrer que :

- $\frac{1}{2\sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}},$
- $\sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}},$
- $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}.$

## **PARTIE B**

Soit A le nombre complexe d'affixe  $a = 1 + i$ .

1. Déterminer tous les nombres complexes  $\delta$  vérifiant  $\delta^2 = 1 + i$ . On écrira les solutions de l'équation sous forme algébrique à l'aide des égalités démontrées dans la partie A.  $\delta$  est appelé racine carrée de  $a$ .

2. Ecrire  $a$  sous forme trigonométrique.

3. Montrer que  $\left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}\right)^2 = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ . En déduire que

$$a = \left( \sqrt{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right) \right)^2.$$

4. a) Déduire de la question précédente que  $\sqrt{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$  est une racine carrée de  $a$ .

b) En utilisant les questions 1. et 4a), montrer que :  $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  et

$$\sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

## **Partie C**

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :  $\frac{z^2}{4} + z - i = 0$ .

On écrira les solutions en fonction de  $\delta$  défini dans la partie B.

\*\*\*\*\*

