DIRECTION GÉNÉRALE DES FINANCES PUBLIQUES

CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN GÉOMÈTRE DU CORPS DES GÉOMÈTRES-CADASTREURS DES FINANCES PUBLIQUES

ANNÉE 2014

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 6

Résolution d'un ou plusieurs problèmes ou exercices de mathématiques

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DES FINANCES ET DES COMPTES PUBLICS

Tournez la page S.V.P.

Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données

NOM : ....

Prénom : ....

Date de naissance : ....

N° de candidature : .... (si absence code barre)

Signature

Nom de naissance

Prénom usuel

Jour, mois et année

Signature obligatoire

Numéro de candidature

Après avoir servi l'en-tête, rabattre et coller le cache

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION
(Sauf l'étiquette d'identification)

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture
Code à barres candidat

Épreuve Matière

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

Numéro du correcteur

Concours interne ou externe ou examen professionnel :
Externe

Pour l'emploi de : Technicien-géomètre

Épreuve n°: 2

Matière : 030 – Mathématiques

Date : 2 0 0 5 2 0 1 4

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture
Code à barres candidat

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors du cadre prévu à cet effet, il est interdit de signer sa copie ou de mettre un signe distinctif.

Les étiquettes d'identification ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLE

BON **MAUVAIS**

Axe de lecture
Code à barres

Axe de lecture
Code à barres

Axe de lecture
Code à barres
centre d'examen

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

NOTE/20

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

NOTE/20

Numéro du correcteur

Numéro de copie

Numéro de copie

N° 140 – IMPRIMERIE NATIONALE 2013 01 47061 PO - juin 2013 - 135 131

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE

SUJET

MATHÉMATIQUES

Code matière : 030

Vous traiterez l'ensemble des exercices suivants constituant le sujet de l'option choisie sur votre dossier d'inscription.

L'usage de la règle graduée et de la calculatrice est autorisé, à l'exclusion de celle des téléphones portables.

Les 4 exercices sont indépendants.

EXERCICE N°1

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère les points A, B et C de coordonnées respectives A (1 ; 0 ; 2), B (−4 ; 3 ; 1) et C (2 ; α ; 1) où α est un nombre réel.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par A et B.
2. Déterminer α pour que le triangle ABC soit rectangle en B.
3. En prenant la valeur de α trouvée à la question précédente, calculer la distance de C à la droite (Δ).

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE N°2

On définit la suite numérique (u_n) par :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 2 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3 en fonction de a.
2. Déterminer la valeur de a pour que la suite (u_n) soit constante.
3. Dans la suite de l'exercice, on prendra $a = 6$. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 5$ pour tout entier naturel n.

   Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
4. En déduire l'expression de v_n pour tout entier naturel n. Exprimer u_n en fonction de v_n puis donner l'expression de u_n en fonction de n.
5. Soit $S_n = u_0 + u_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + u_{n-1}$ pour tout $n \geq 1$. Montrer que $S_n = \frac{5}{2}\left(1 - 0,6^n\right) + 5n$.
6. Déterminer la limite de la suite (u_n) et celle de (S_n).

EXERCICE N°3

On considère la fonction numérique f définie par : $f\left(x\right)=\ln\left|\dfrac{e.x-1}{2x+1}\right|$, où e désigne le nombre irrationnel tel que $\ln e=1$. On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer le domaine de définition de f noté D_f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f .
3. Soit F la fonction définie pour tout x de l'intervalle $\left]\dfrac{1}{e};+\infty\right[$ par :

   $$F(x)=\left(x-\frac{1}{e}\right)\ln(e.x-1)-(x+\frac{1}{2})\ln(2x+1).$$

   Montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{e};+\infty\right[$.
4. Déterminer l'aire en cm² du domaine du plan délimité par la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=2$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

EXERCICE N°4

Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. L'unité graphique est 1cm.

PARTIE A

a. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation bicarrée :
   $4x^4 - 4x^2 - 1 = 0$.

b. Montrer que :
   - $\dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}}$,
   - $\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$,
   - $\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

PARTIE B

Soit A le nombre complexe d'affixe $a = 1 + i$.

1. Déterminer tous les nombres complexes δ vérifiant $\delta^2 = 1 + i$. On écrira les solutions de l'équation sous forme algébrique à l'aide des égalités démontrées dans la partie A. δ est appelé racine carrée de a.

2. Ecrire a sous forme trigonométrique.

3. Montrer que $\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$. En déduire que

   $a = \left(\sqrt{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)\right)^2$.

4. a) Déduire de la question précédente que $\sqrt{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ est une racine carrée de a.

   b) En utilisant les questions 1. et 4a), montrer que : $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ et

   $\sin\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$.

Partie C

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $\frac{z^2}{4} + z - i = 0$.

On écrira les solutions en fonction de δ défini dans la partie B.

******