DIRECTION GÉNÉRALE DES FINANCES PUBLIQUES

J. 13 1328

CONCOURS EXTERNE DE TECHNICIEN GÉOMÈTRE DU CORPS DES GÉOMÈTRES-CADASTREURS DES FINANCES PUBLIQUES

ANNÉE 2013

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 6

Résolution d'un ou plusieurs problèmes ou exercices de mathématiques

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

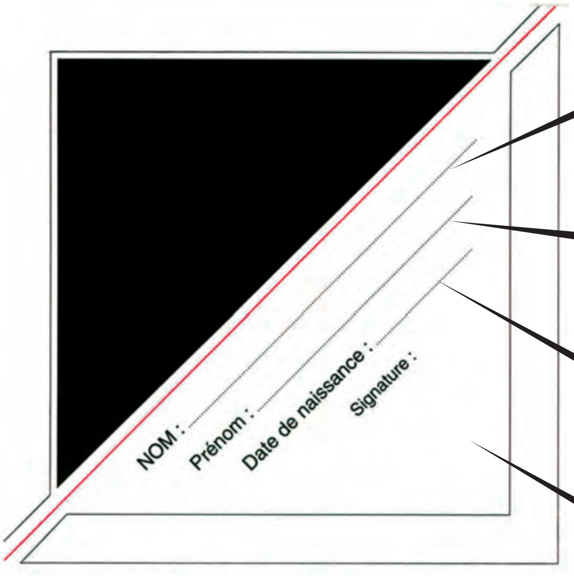
Recommandations importantes
Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.
Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.
Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE ET DES FINANCES

Tournez la page S.V.P.

Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données



Nom de naissance

Prénom usuel

Jour, mois et année

Signature obligatoire

Après avoir servi l'en-tête, rabattre et coller le cache

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture
Code à barres

Vérifier la codification du centre d'examen

Code centre d'examen

Concours : externe
(interne ou externe)

Pour l'emploi de : Technicien-géomètre

Épreuve n° 2

Matière : Mathématiques

Date 2 4 0 5 2 0 1 3

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture
Code à barres

CENTRE D'EXAMEN

Axe de lecture
Code à barres

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

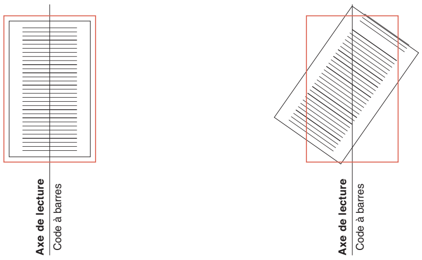
En dehors du cadre prévu à cet effet, il est interdit de signer sa copie ou de mettre un signe distinctif.

Les étiquettes d'identification ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLE



NOTE/20

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
25	50	75

NOTE/20

Numéro du correcteur

Numéro de copie

Numéro de copie

N° 140 – IMPRIMERIE NATIONALE
2002 444216 D - Décembre 2002 - 2 017473 1 C3

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE

DIRECTION GÉNÉRALE DES FINANCES PUBLIQUES

SUJET

MATHÉMATIQUES

Code matière : 030

Vous traiterez l'ensemble des exercices suivants constituant le sujet de l'option choisie sur votre dossier d'inscription.

L'usage de la règle graduée et de la calculatrice est autorisé, à l'exclusion de celle des téléphones portables.

EXERCICE N° 1

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ telles que pour tout réel x de cet intervalle :

$f(x) = (x - e)(\ln(x) - 1)$ et $g(x) = \ln(x) - \dfrac{e}{x}$

Partie A

1. Démontrer <u>de deux façons différentes</u> que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

2. Calculer g(e) et, grâce à la question **1.** donner le signe de g(x) pour tout x strictement positif.

Partie B

1. Déterminer f' la dérivée de f. Que remarquez-vous ?

2. Établir le tableau des variations de la fonction f, en y incluant les limites aux bornes.

Partie C

Soit F la fonction définie et dérivable sur l'intervalle]0 ; +∞[telle que pour tout réel x de cet intervalle :

$$F(x) = (x^2/2 - e.x)\ln(x) + 2e.x - \frac{3x^2}{4}$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle]0 ; + ∞ [.

2. Soit Cf la courbe représentative de la fonction f. On considère le domaine délimité par la courbe Cf, l'axe des abscisses, les droites d'équations x = 1 et x = e. Calculer la valeur exacte de $\int_1^e f(x)dx$. À quoi correspond la valeur trouvée ?

EXERCICE N° 2

Partie A

On considère dans le plan un rectangle ABCD de centre I.

1. Démontrer que D est le barycentre des points A, B et C affectés de coefficients que l'on précisera.

2. Déterminer l'ensemble E des points M tels que $\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \| = 2 \| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \|$

3. Déterminer l'ensemble F des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = BD^2$

Partie B

1. On considère deux points *A* et *B* de l'espace et on désigne par *I* le milieu du segment [*AB*].

a) Démontrer que, pour tout point *M* de l'espace, $\overrightarrow{MB} . \overrightarrow{MA} = MI^2 - IA^2$

b) En déduire l'ensemble (E) des points *M* de l'espace, tels que $\overrightarrow{MB} . \overrightarrow{MA} = 0$

2. Dans l'espace rapporté au repère orthonormal $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les points *A*, *B*, *C* et *D* ont pour coordonnée respectives : *A* (3 ; 0 ; 0), *B* (0 ; 3 ; 0), *C* (0 ; 0 ; 2) et *D* (−4 ; 0 ; -1).

a) Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ (2, 2 , 3) est normal au plan (*ABC*).

b) Déterminer une équation du plan (*ABC*).

3.

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (*ABC*) et passant par *D*.

b) En déduire les coordonnées du point *H*, projeté orthogonal de *D* sur le plan (*ABC*).

c) Calculer la distance du point *D* au plan (*ABC*).

d) Le point *H* appartient-il à l'ensemble (E) défini dans l'exercice n° 2, partie B **1.** ?

EXERCICE N° 3

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal ($\vec{O}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$). On prendra pour unité graphique 1 cm.

Partie A

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives a = 4 + i, b = 1 + i, c = 5 et d = − 3 − i.

1. Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M ' d'affixe z' tel que : z ' = (1 + 2 i) z – 2 – 4 i.

a) Préciser les images des points A et B par f .

b) Montrer que f admet un unique point invariant P, dont on précisera l'affixe zp.

2.

a) Montrer que pour tout nombre complexe z, on a : z ' – z = – 2 i (2 – i – z).

b) En déduire, pour tout point M différent du point w, la valeur de ($\overrightarrow{MM'}$/ $\overrightarrow{MP}$) et une mesure en radians de l'angle ($\overrightarrow{MM'}$, $\overrightarrow{MP}$)

c) Quelle est la nature du triangle PMM ' ?

d) Soit H le point d'affixe zh = – 1 – i $\sqrt{3}$:

- Écrire zh sous forme exponentielle.

- Placer les point A, B, C, D et H dans le repère orthonormal ($\vec{O}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$).

- Et placer ensuite le point H ' associé au point H.

Tournez la page S.V.P.

Partie B

On note (zn) la suite de nombres complexes, de terme initial z0 = 0, et telle que :

zn+1 = ($\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$).zn + 2, pour tout entier naturel n.

Pour tout entier naturel n, on note Zn le point d'affixe zn.

1. Déterminer les affixes des points Z_1, Z_2, Z_3 et Z_4.

2. Comparer les longueurs des segments [Z_1 Z_2] [Z_2 Z_3] et [Z_3 Z_4].