Généralités sur les fonctions

Y. Moncheaux

Octobre 2014

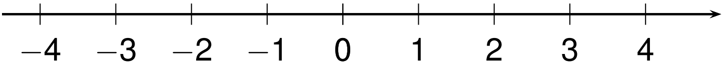
Table des matires

I – Intervalles

Notation : on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels, $\mathbb{R}^+$ l'ensemble des nombres positifs, $\mathbb{R}^-$ l'ensemble des nombres négatifs.

I – Intervalles

<u>Notation :</u> on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels, $\mathbb{R}^+$ l'ensemble des nombres positifs, $\mathbb{R}^-$ l'ensemble des nombres négatifs.
L'ensemble $\mathbb{R}$ peut être représenté par un axe gradué :



I – Intervalles

Ⓓ Soient **a** et **b** deux réels tels que $\mathbf{a} < \mathbf{b}$.
L'intervalle $[\,\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{b}\,]$ est l'ensemble des nombres **x** tels que $\mathbf{a} \leqslant \mathbf{x} \leqslant \mathbf{b}$.
a et **b** sont les bornes de l'intervalle.

I – Intervalles

Il y a huit types d'intervalles :

Intervalle	Inégalité	Représentation graphique
$[a;b]$	$a \leqslant x \leqslant b$	
$[a;b[$	$a \leqslant x < b$	
$]a;b]$	$a < x \leqslant b$	
$]a;b[$	$a < x < b$	
$]-\infty;b]$	$x \leqslant b$	
$]-\infty;b[$	$x < b$	
$[a;+\infty[$	$a \leqslant x$	
$]a;+\infty[$	$a < x$	

I – Intervalles

Remarque :
– L'intervalle $[\,\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{b}\,[$ est fermé en **a** et ouvert en **b** : il contient **a** mais pas **b**.
– L'ensemble $\mathbb{R}$ peut être noté $]-\infty\ ;\ +\infty[$.

Partie Exercices

50 page 53

Exemples

ne pas noter

Exemple

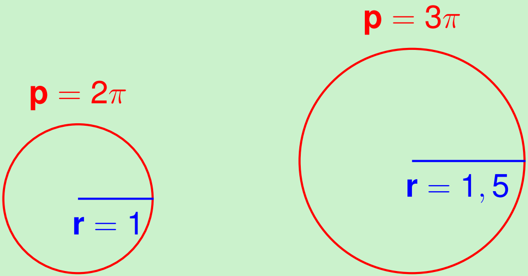
Le périmètre d'un cercle dépend de son rayon.

Exemples

ne pas noter

Exemple

Le périmètre d’un cercle dépend de son rayon.

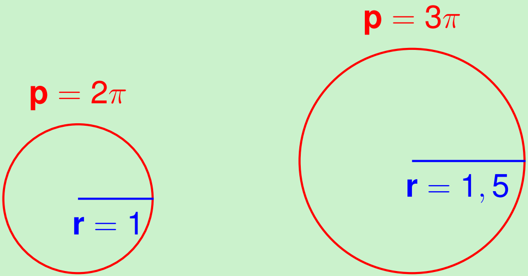


Exemples

ne pas noter

Exemple

Le périmètre d’un cercle dépend de son rayon.



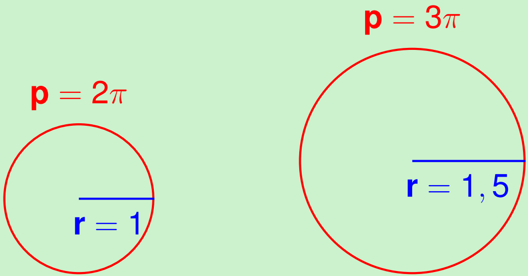
p est fonction de **r** : à chaque valeur de **r** correspond une seule valeur de **p**.

Exemples

ne pas noter

Exemple

Le périmètre d’un cercle dépend de son rayon.



p est fonction de **r** : à chaque valeur de **r** correspond une seule valeur de **p**. On a $\mathbf{p} = 2\pi\mathbf{r}$, c’est-à-dire $\mathbf{r} \longmapsto \boxed{\times 2\pi} \longrightarrow \mathbf{p}$.

Exemples

ne pas noter

Exemple

La taille d'un individu n'est pas exactement fonction de son âge : on ne peut pas trouver une seule taille correspondant à un âge donné.

Exemples

ne pas noter

Exemple

Une voiture se déplace à une vitesse constante $\mathbf{v} = 90$ km/h.

Exemples

ne pas noter

Exemple

Une voiture se déplace à une vitesse constante
$\mathbf{v} = 90$ km/h.
La distance **d** qu'elle parcourt est déterminée par le temps écoulé **t**, on dit que **d** est *fonction* de **t**.

Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

① Un tableau :

$\mathbf{t}$	0	1	2	3	...
$\mathbf{d} = \mathbf{f}(\mathbf{t})$	0	90	180	270	...

Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

② une instruction (ou un algorithme) :

$$\mathbf{t} \longmapsto \boxed{\times 90} \longrightarrow \mathbf{d}$$

Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

③ Une formule : $\mathbf{d} = 90\,\mathbf{t}$.

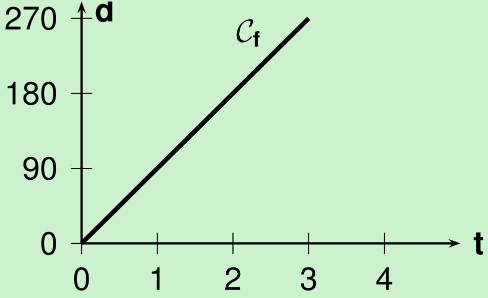
Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

④ Un graphique :



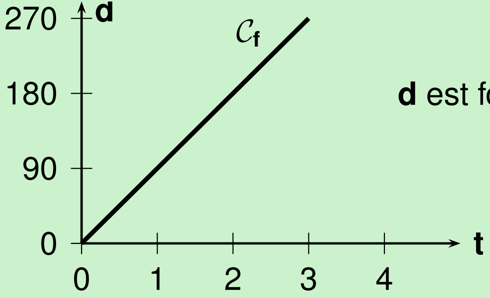
Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

④ Un graphique :



d est fonction de **t** donc

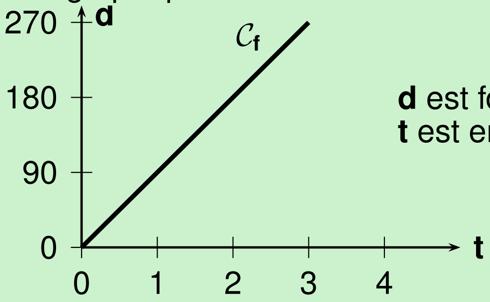
Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

④ Un graphique :



d est fonction de **t** donc
t est en abscisse

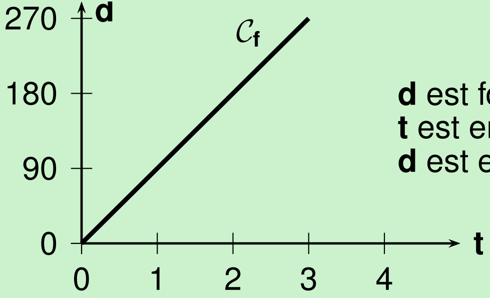
Représentations

ne pas noter

Exemple

Cette *association* entre le temps écoulé et la distance parcourue peut être représentée de différentes façons :

④ Un graphique :



d est fonction de **t** donc
t est en abscisse
d est en ordonnée

Exemples

Ne pas forcément noter

Si on s'intéressait plutôt au temps en fonction de la distance parcourue, on pouvait aussi faire l'association dans l'autre sens ce qui définirait une autre fonction **g** :

Exemples

Ne pas forcément noter

Si on s'intéressait plutôt au temps en fonction de la distance parcourue, on pouvait aussi faire l'association dans l'autre sens ce qui définirait une autre fonction **g** :

d	0	90	180	270	...
$\mathbf{t} = \mathbf{g}(\mathbf{d})$	0	1	2	3	...

Exemples

Ne pas forcément noter

Si on s'intéressait plutôt au temps en fonction de la distance parcourue, on pouvait aussi faire l'association dans l'autre sens ce qui définirait une autre fonction **g** :

$\mathbf{d}$	0	90	180	270	$\dots$
$\mathbf{t} = \mathbf{g}(\mathbf{d})$	0	1	2	3	$\dots$

$$\mathbf{d} \longmapsto \boxed{\div 90} \longrightarrow \mathbf{t}$$

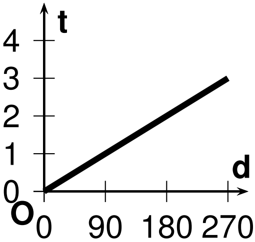
Exemples

Ne pas forcément noter

Si on s'intéressait plutôt au temps en fonction de la distance parcourue, on pouvait aussi faire l'association dans l'autre sens ce qui définirait une autre fonction **g** :

$\mathbf{d}$	0	90	180	270	...
$\mathbf{t} = \mathbf{g}(\mathbf{d})$	0	1	2	3	...

$$\mathbf{d} \longmapsto \boxed{\div 90} \longrightarrow \mathbf{t}$$



1°) Définitions et notations

Ⓓ Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de nombres (souvent un intervalle ou une réunion d'intervalles).

1°) Définitions et notations

Ⓓ Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de nombres (souvent un intervalle ou une réunion d'intervalles).
On définit une fonction par :

1 °) Définitions et notations

Ⓓ Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de nombres (souvent un intervalle ou une réunion d'intervalles).
On définit une fonction par :

- son ensemble de définition $\mathcal{D}$;

1°) Définitions et notations

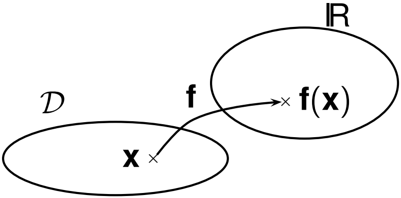
Ⓓ Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de nombres (souvent un intervalle ou une réunion d'intervalles).
On définit une fonction par :

- son ensemble de définition $\mathcal{D}$;
- un « procédé » permettant d'associer, à un **x** quelconque de $\mathcal{D}$, son image **f**(**x**).

1 °) Définitions et notations

Ⓓ Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de nombres (souvent un intervalle ou une réunion d'intervalles).
On définit une fonction par :

- son ensemble de définition $\mathcal{D}$;
- un « procédé » permettant d'associer, à un **x** quelconque de $\mathcal{D}$, son image **f**(**x**).



x est parfois appelé la variable.

1 °) Définitions et notations

Notations courantes :

$$\begin{array}{cccc} \mathbf{f}: & \mathcal{D} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & \mathbf{x} & \longmapsto & \mathbf{f}(\mathbf{x}) \end{array}$$

$$\mathbf{f} : \mathbf{x} \longmapsto \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{x} \xmapsto{\mathbf{f}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

1 °) Définitions et notations

Exemple

Soit **f** la fonction qui, au rayon **x** d'un cercle, associe son périmètre.

1 °) Définitions et notations

Exemple

Soit $\mathbf{f}$ la fonction qui, au rayon $\mathbf{x}$ d'un cercle, associe son périmètre.
On peut écrire :
$\mathbf{x} \xrightarrow{\mathbf{f}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 2\pi\mathbf{x}$
Ici, $\mathcal{D} = [\,0\,;\,+\infty\,[$ (car $\mathbf{x}$ est une longueur).
L'image de 5 est $\mathbf{f}(5) = 2\pi \times 5 = 10\pi$.

1°) Définitions et notations

Ⓓ Soit **b** un réel. Les nombres **x** tels que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ (donc qui ont pour image **b**), s'ils existent, sont les antécédents de **b** par **f**.

1°) Définitions et notations

Ⓓ Soit **b** un réel. Les nombres **x** tels que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ (donc qui ont pour image **b**), s'ils existent, sont les antécédents de **b** par **f**.

Exemple

Soit **f** la « fonction perimètre » vue précedemment.

Alors 9 a pour antécédent $\dfrac{9}{2\pi}$ et -1 n'a pas d'antécédent.

1°) Définitions et notations

Ⓓ Soit **b** un réel. Les nombres **x** tels que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ (donc qui ont pour image **b**), s'ils existent, sont les antécédents de **b** par **f**.

Exemple

Soit **f** la « fonction perimètre » vue précedemment.

Alors 9 a pour antécédent $\dfrac{9}{2\pi}$ et -1 n'a pas d'antécédent.

Remarque : un réel ne peut avoir qu'une seule image mais plusieurs (voir une infinité) antécédent(s).

2°) Fonction définie par un tableau

Exemple

x	-2	0	3	5
f(x)	3	1	7	3

$\mathcal{D} =$

2°) Fonction définie par un tableau

Exemple

x	-2	0	3	5
f(x)	3	1	7	3

$\mathcal{D} = \{-2; 0; 3; 5\}$

2°) Fonction définie par un tableau

Exemple

x	-2	0	3	5
f(x)	3	1	7	3

$\mathcal{D} = \{-2; 0; 3; 5\}$

L'image de 3 est **f**$(3) =$

2°) Fonction définie par un tableau

Exemple

x	-2	0	3	5
f(x)	3	1	7	3

$\mathcal{D} = \{-2; 0; 3; 5\}$
L'image de 3 est $\mathbf{f}(3) = 7$.

2°) Fonction définie par un tableau

Exemple

x	-2	0	3	5
f(x)	3	1	7	3

$\mathcal{D} = \{-2; 0; 3; 5\}$

L'image de 3 est $\mathbf{f}(3) = 7$.

3 a pour antécédent(s) :

2°) Fonction définie par un tableau

Exemple

x	-2	0	3	5
f(x)	3	1	7	3

$\mathcal{D} = \{-2; 0; 3; 5\}$

L'image de 3 est $\mathbf{f}(3) = 7$.

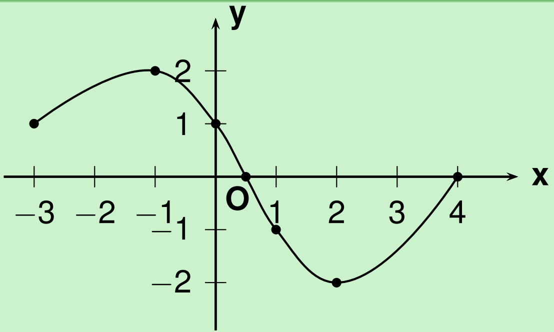
3 a pour antécédent(s) : -2 et 5.

Partie exercices

6 page 46

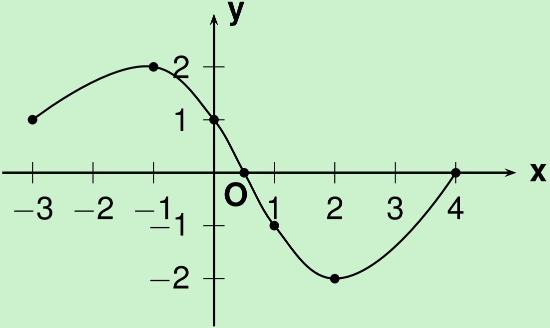
3°) Fonction définie par une courbe

Exemple



3°) Fonction définie par une courbe

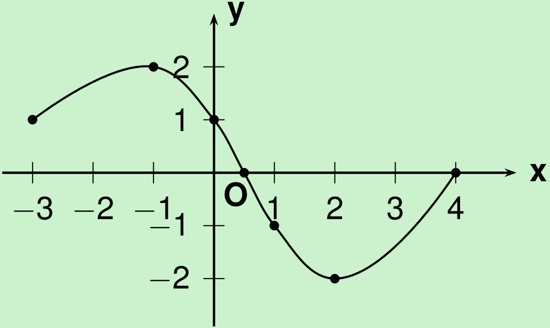
Exemple



A tout **x** compris entre -3 et 4 correspond un seul **y**.

3°) Fonction définie par une courbe

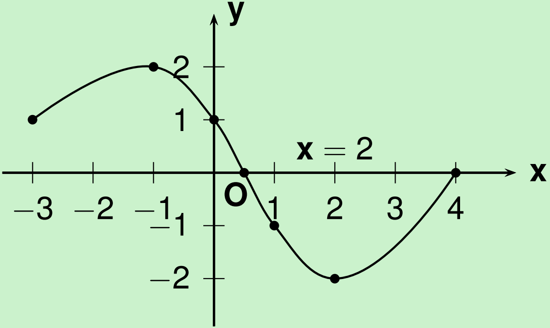
Exemple



A tout **x** compris entre -3 et 4 correspond un seul **y**.
Par exemple, l'image de 2 est

3°) Fonction définie par une courbe

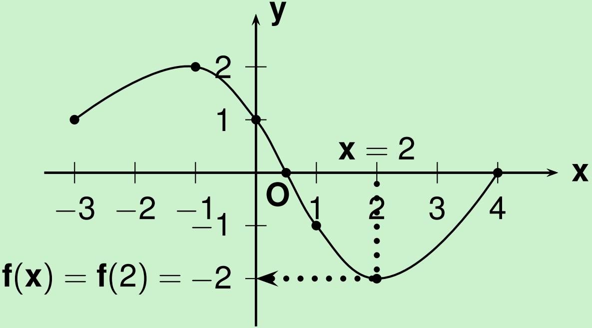
Exemple



A tout **x** compris entre -3 et 4 correspond un seul **y**.
Par exemple, l'image de 2 est

3°) Fonction définie par une courbe

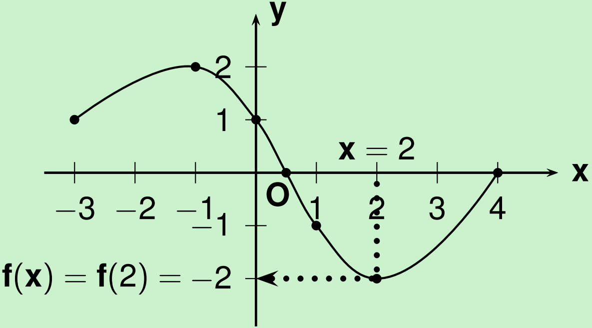
Exemple



A tout **x** compris entre -3 et 4 correspond un seul **y**.
Par exemple, l'image de 2 est

3°) Fonction définie par une courbe

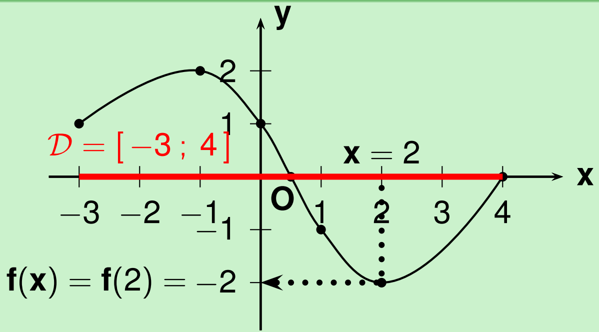
Exemple



A tout **x** compris entre -3 et 4 correspond un seul **y**.
Par exemple, l'image de 2 est -2.

3°) Fonction définie par une courbe

Exemple



A tout **x** compris entre -3 et 4 correspond un seul **y**.
Par exemple, l'image de 2 est -2.

3°) Fonction définie par une courbe

Exemple

Compléter les tableaux suivants, éventuellement avec des valeurs approchées (mettre un trait en cas d'impossibilité) :

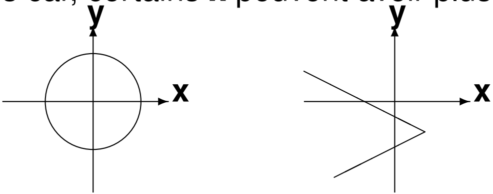
x	-1	...	0	1	...	2	...	...
f(**x**)	...	-2	...	...	2	...	4	1

	-3	-2	-1	0	1	2	4
a pour image							
a pour antécédent(s)							

Remarque

Ne pas noter

Les courbes suivantes ne sont pas des courbes de fonctions car, certains **x** peuvent avoir plusieurs images.



Partie exercices

3 page 46

4°) Fonction définie par une formule

Exemple

On considère dans tout le 4°) la fonction **f** définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$ par $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = -\mathbf{x}^2 + 5$.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les images de 2 et de -1 par **f**.

Réponses

L'image de 2 est

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les images de 2 et de -1 par f.

Réponses

L'image de 2 est $f(2) =$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\ ;\ 2]$

Exemple

Donner les images de 2 et de -1 par f.

Réponses

L'image de 2 est $f(2) = \ -2^2 + 5 = 1$.
L'image de -1 est

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les images de 2 et de -1 par f.

Réponses

L'image de 2 est $f(2) = \ -2^2 + 5 = 1$.
L'image de -1 est $f(-1) =$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les images de 2 et de -1 par f.

Réponses

L'image de 2 est $f(2) = -2^2 + 5 = 1$.
L'image de -1 est $f(-1) = -(-1)^2 + 5 = -1 + 5 = 4$;

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[\,-4\,;\,2\,]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 :

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\ ;\ 2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.

$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\ ;\ 2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.

$f(x) = 5 \Longleftrightarrow -x^2 + 5 = 5 \Longleftrightarrow x^2 = 0$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.
5 a donc un seul antécédent : 0.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.
5 a donc un seul antécédent : 0.
Antécédent(s) de -4 :

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.
5 a donc un seul antécédent : 0.
Antécédent(s) de -4 :
$f(x) = -4 \iff -x^2 + 5 = -4$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.
5 a donc un seul antécédent : 0.
Antécédent(s) de -4 :
$f(x) = -4 \iff -x^2 + 5 = -4 \iff x^2 = 9$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.
5 a donc un seul antécédent : 0.
Antécédent(s) de -4 :
$f(x) = -4 \iff -x^2 + 5 = -4 \iff x^2 = 9 \iff x = \pm 3$.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\ ;\ 2]$

Exemple

Donner les antécédents éventuels de 5, de -4 et 6 par f.

Réponses

Antécédent(s) de 5 : nombre(s) x tels que $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff -x^2 + 5 = 5 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$.
5 a donc un seul antécédent : 0.
Antécédent(s) de -4 :
$f(x) = -4 \iff -x^2 + 5 = -4 \iff x^2 = 9 \iff x = \pm 3$.
Mais $3 \notin \mathcal{D}$ donc -4 a un seul antécédent : -3.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\ ;\ 2]$

Réponses

Antécédent(s) de 6 :

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Réponses

Antécédent(s) de 6 :

$f(x) = 6 \iff -x^2 + 5 = 6$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Réponses

Antécédent(s) de 6 :

$f(x) = 6 \iff -x^2 + 5 = 6 \iff x^2 = -1.$

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Réponses

Antécédent(s) de 6 :
$f(x) = 6 \iff -x^2 + 5 = 6 \iff x^2 = -1.$
ce qui est impossible (le carré d'un réel est positif).

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Réponses

Antécédent(s) de 6 :
$f(x) = 6 \iff -x^2 + 5 = 6 \iff x^2 = -1.$
ce qui est impossible (le carré d'un réel est positif).
6 n'a pas d'antécédent.

a) Images et antécédents

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4 ; 2]$

Réponses

Antécédent(s) de 6 :

$f(x) = 6 \iff -x^2 + 5 = 6 \iff x^2 = -1.$

ce qui est impossible (le carré d'un réel est positif).

6 n'a pas d'antécédent.

Remarque : rechercher des antécédents revient à résoudre une équation.

Partie exercices

7 page 46

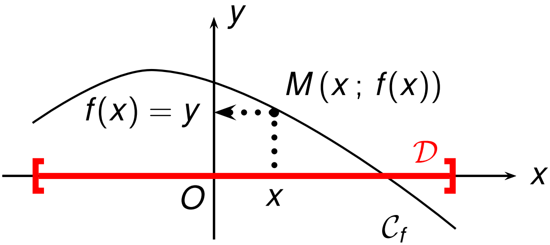
Partie exercices

7 page 46

Exercice : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 9$. Déterminez par des calculs les antécédents de 9 puis de 0 par f.

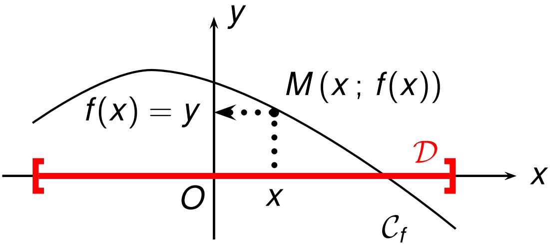
b) Courbe représentative d'une fonction

Ⓓ Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}$.
La courbe représentative de f, souvent notée $\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;\,f(x))$ où $x \in \mathcal{D}$.



b) Courbe représentative d'une fonction

Ⓓ Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}$.
La courbe représentative de f, souvent notée $\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;\ f(x))$ où $x \in \mathcal{D}$.



Autrement dit : $\boxed{M(x;y) \in \mathcal{C}_f \iff x \in \mathcal{D} \text{ et } y = f(x)}$.

b) Courbe représentative d'une fonction

ne pas noter

On peut avoir une idée de la courbe représentative de f en construisant un **tableau de valeurs** : on choisit des valeurs de x dans $\mathcal{D}_f$ (première ligne) et on calcule leur image par f (seconde ligne).

b) Courbe représentative d'une fonction

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\ ;\ 2]$

Exemple

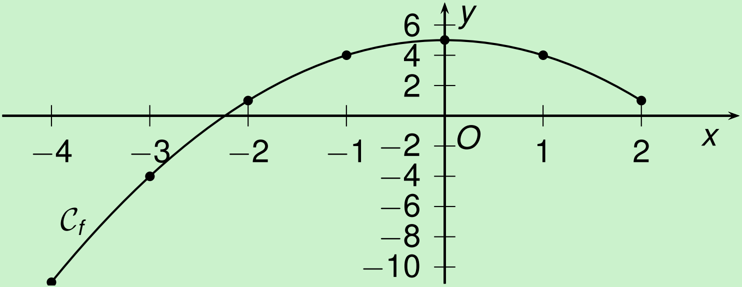
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-11	-4	1	4	5	4	1

b) Courbe représentative d'une fonction

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-11	-4	1	4	5	4	1



b) Courbe représentative d'une fonction

ne pas noter

Remarque : En toute rigueur, la construction de la courbe à partir du tableau de valeurs fait appel à une certaine connaissance des différents types de fonction : a-t-on le droit de relier les points ? si oui, peut-on le faire à la règle ?

b) Courbe représentative d'une fonction

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Compléter :

$A\,(-1,5\,;3)\ \ldots\ \mathcal{C}_f$ car $f(\,\ldots\,)\ldots\ldots$

b) Courbe représentative d'une fonction

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[\,-4\,;\,2\,]$

Exemple

Compléter :

$A\,(-1,5\,;3) \notin \mathcal{C}_f$ car $f(\,-\,1,5) = -1,5^2 + 5 = 2,75 \neq 3$

b) Courbe représentative d'une fonction

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Compléter :

$A\,(-1,5\,;3) \notin \mathcal{C}_f$ car $f(-1,5) = -1,5^2 + 5 = 2,75 \neq 3$

$B\,(3\,;-4)$ ... $\mathcal{C}_f$ car ....

b) Courbe représentative d'une fonction

pour rappel : $f(x) = -x^2 + 5$ sur $[-4\,;\,2]$

Exemple

Compléter :

$A\,(-1,5\,;3) \notin \mathcal{C}_f$ car $f(-1,5) = -1,5^2 + 5 = 2,75 \neq 3$

$B\,(3\,;-4) \notin \mathcal{C}_f$ car $3 \notin [-4\,;\,2]$

III – Résolution d'équations

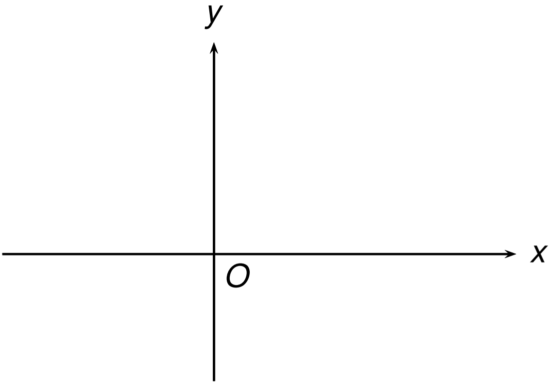
1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).

III – Résolution d'équations

1 °) Résolution graphique de $f(x) = k$

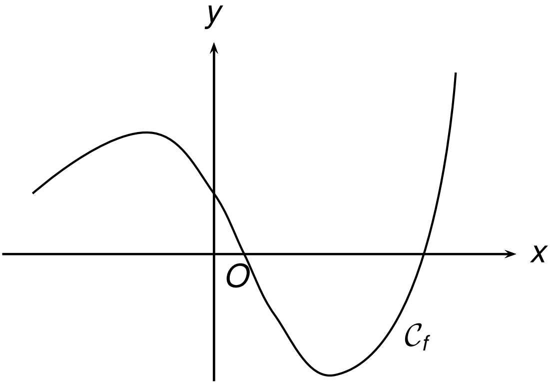
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d'équations

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

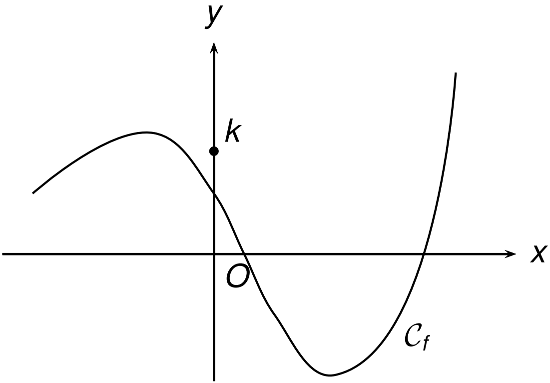
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d’équations

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

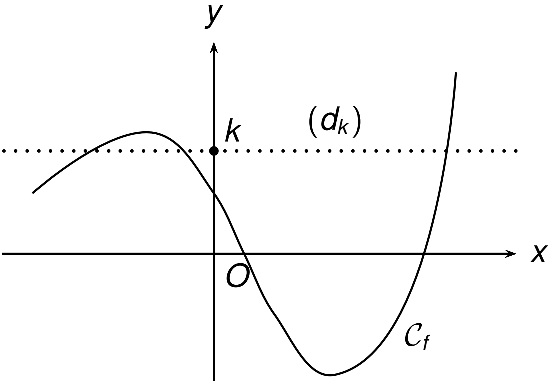
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d’ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d'équations

1 °) Résolution graphique de $f(x) = k$

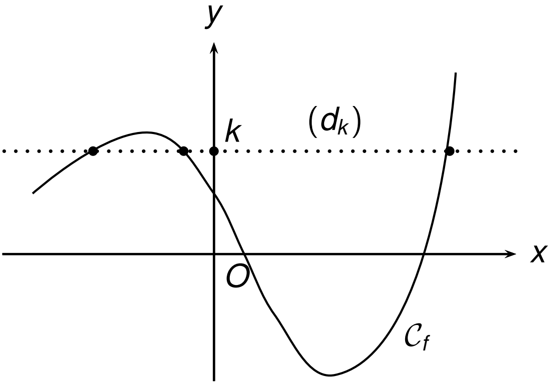
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d'équations

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

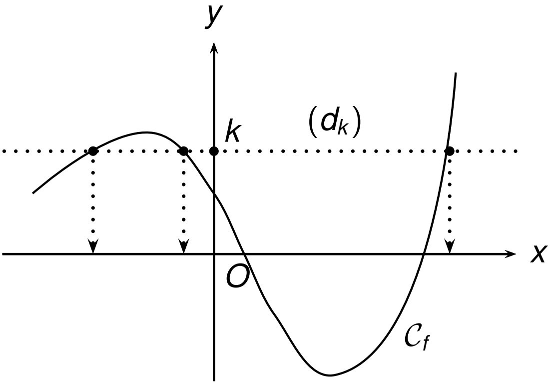
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d'équations

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

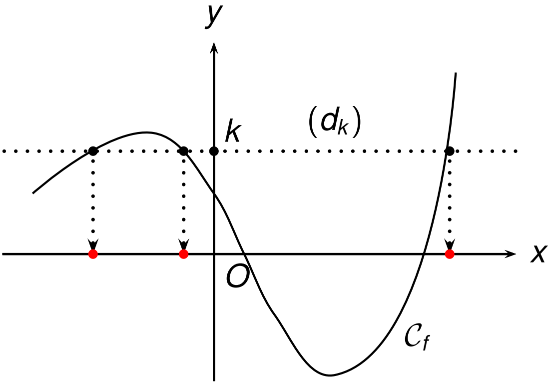
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d'équations

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

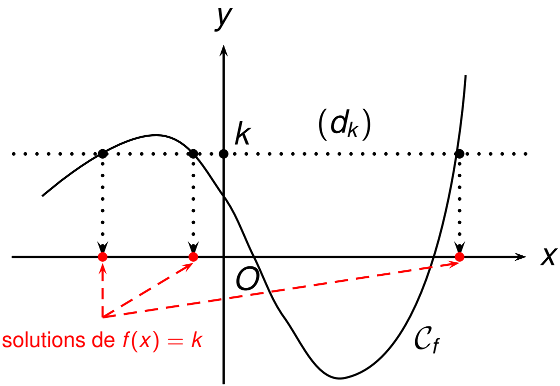
Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



III – Résolution d'équations

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Soit k un nombre donné.
Résoudre $f(x) = k$ revient à trouver les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée k (car $f(x) = y$ pour ces points).



1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

Résoudre graphiquement l'équation $0,01x^5 - 6x^2 = -3$.

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

Résoudre graphiquement l'équation $\underbrace{0,01x^5 - 6x^2}_{f(x)} = -3$.

1 °) Résolution graphique de $f(x) = k$

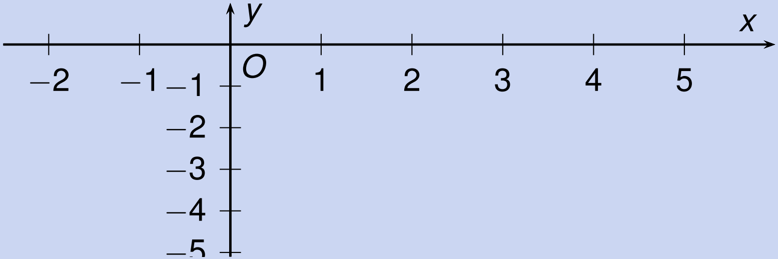
Exemple

Résoudre graphiquement l'équation $\overbrace{0,01x^5 - 6x^2}^{f(x)} = \overbrace{-3}^{k}$.

1 °) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

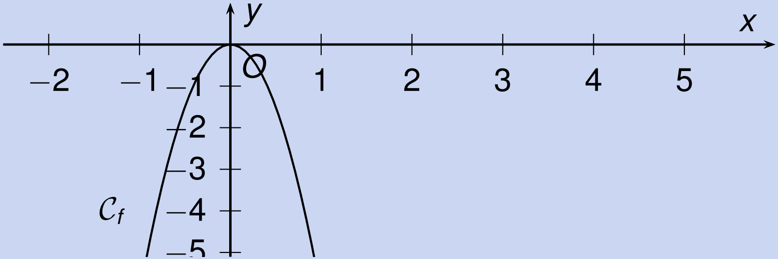
Résoudre graphiquement l'équation $\overbrace{0,01x^5 - 6x^2}^{f(x)} = \overbrace{-3}^{k}$.



1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

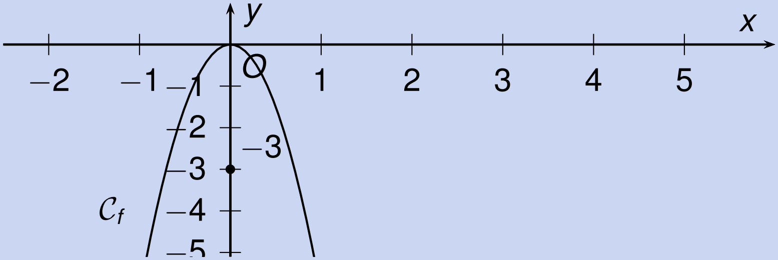
Résoudre graphiquement l'équation $\overbrace{0,01x^5 - 6x^2}^{f(x)} = \overbrace{-3}^{k}$.



1 °) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

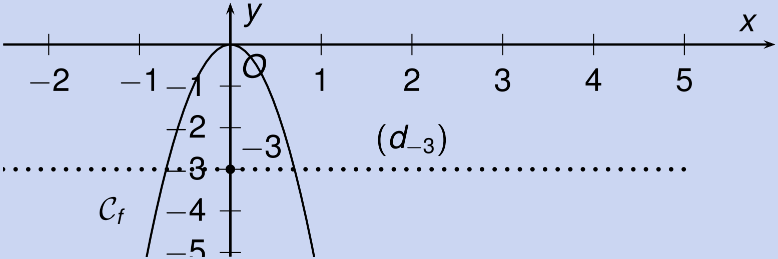
Résoudre graphiquement l'équation $\underbrace{0,01x^5 - 6x^2}_{f(x)} = \underbrace{-3}_{k}$.



1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

Résoudre graphiquement l'équation $\overbrace{0,01x^5 - 6x^2}^{f(x)} = \overbrace{-3}^{k}$.

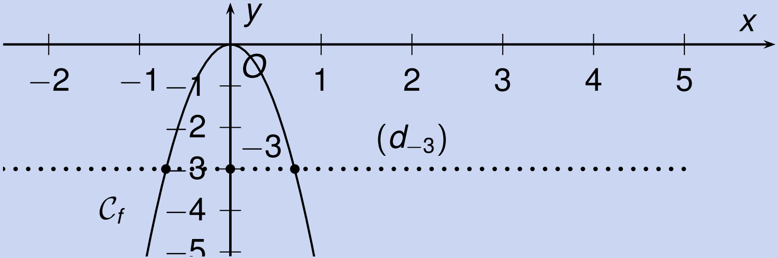


1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

$f(x)$ k

Exemple

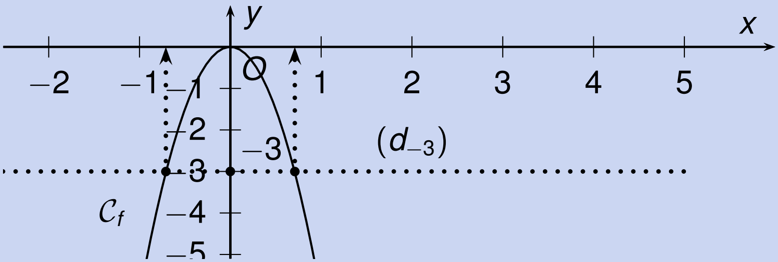
Résoudre graphiquement l'équation $\underbrace{0,01x^5 - 6x^2}_{f(x)} = \underbrace{-3}_{k}$.



1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

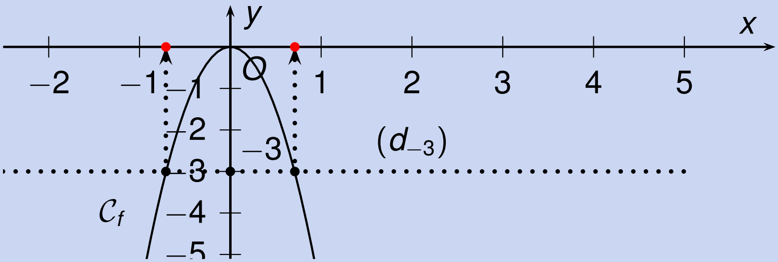
Résoudre graphiquement l'équation $\overbrace{0,01x^5 - 6x^2}^{f(x)} = \overbrace{-3}^{k}$.



1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

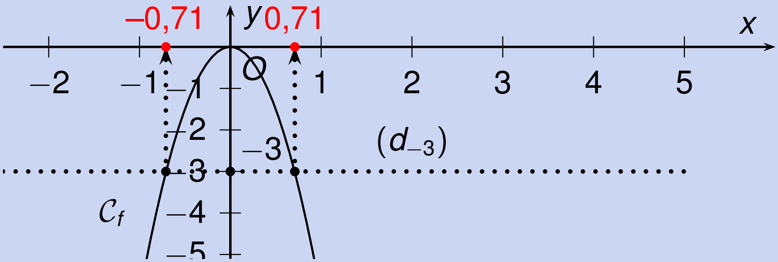
Résoudre graphiquement l'équation $\overbrace{0,01x^5 - 6x^2}^{f(x)} = \overbrace{-3}^{k}$.



1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Exemple

Résoudre graphiquement l'équation $\underbrace{0,01x^5 - 6x^2}_{f(x)} = \underbrace{-3}_{k}$.



L'équation semble avoir deux solutions : $x \simeq -0,71$ et $x \simeq 0,71$.

Remarques

ne pas noter

Avantages :
– pas de calcul complexe (utilisation de la calculatrice) ;
– on peut trouver des valeurs approchées de solutions d'équations que l'on ne sait pas forcément résoudre.

Remarques

ne pas noter

Avantages :
– pas de calcul complexe (utilisation de la calculatrice) ;
– on peut trouver des valeurs approchées de solutions d'équations que l'on ne sait pas forcément résoudre.
Inconvénients :
– la lecture graphique ne donne pas des résultats très précis ;
– il pourrait y avoir d'autres solutions « en dehors du graphique » (ce problème est souvent reglé par une meilleure connaissance des fonctions).

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Remarque : à propos de l'équation $0,01x^5 - 6x^2 = -3$.

1°) Résolution graphique de $f(x) = k$

Remarque : à propos de l'équation $0,01x^5 - 6x^2 = -3$.

En fait, l'équation a trois solutions !

Partie exercices

16 page 47

Partie exercices

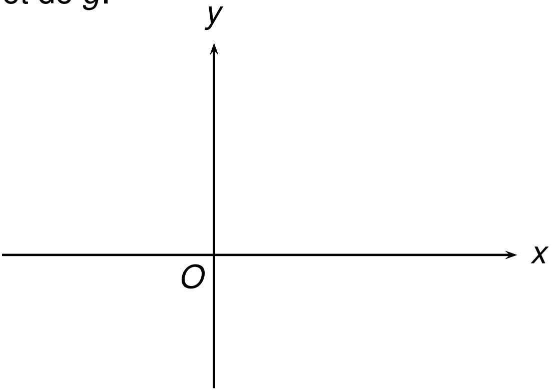
14 page 47

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.

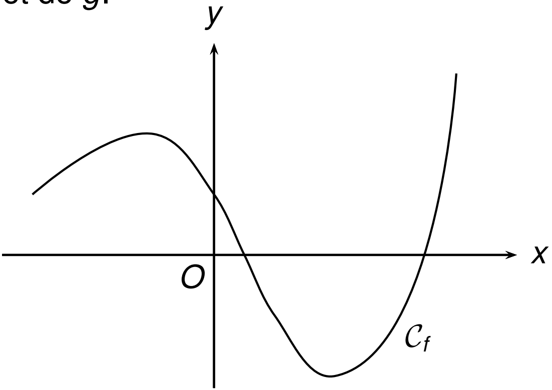
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.



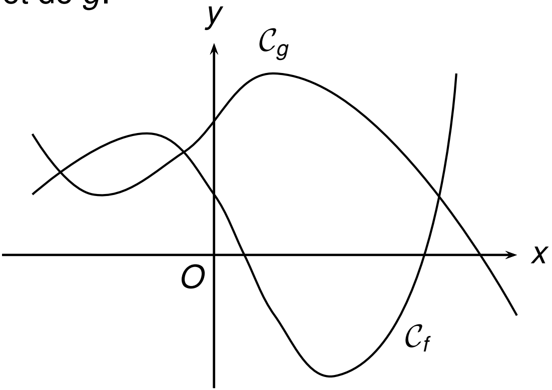
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.



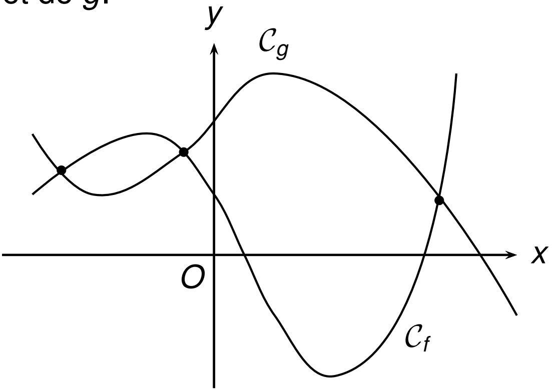
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.



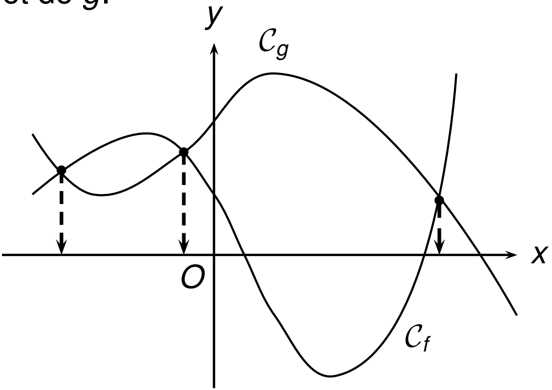
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.



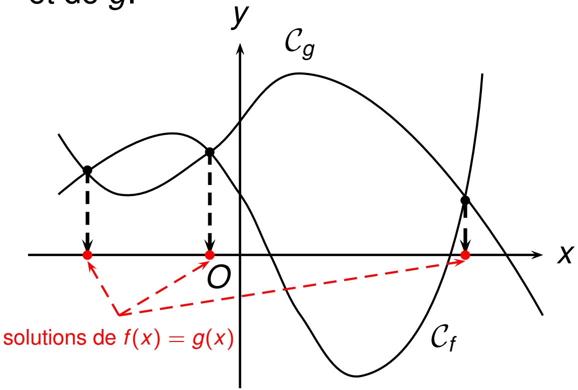
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.



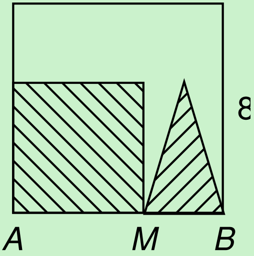
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Les solutions, s'il y en a, de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes de f et de g.



2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Exemple



Où placer M sur $[AB]$ pour que les deux aires hachurées soient égales ?

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.
On a alors $x \in [\,0\ ;\ 8\,]$.

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.
On a alors $x \in [\,0\ ;\ 8\,]$.
Aire du petit carré : x^2.

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.
On a alors $x \in [\,0\,;\,8\,]$.
Aire du petit carré : x^2.
Aire du triangle : $\dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{(8-x)x}{2}$.

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.
On a alors $x \in [\,0\ ;\ 8\,]$.
Aire du petit carré : x^2.
Aire du triangle : $\dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{(8-x)x}{2}$.
On résout donc sur $[\,0\ ;\ 8\,]$ l'équation :

2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.
On a alors $x \in [\,0\,;\,8\,]$.
Aire du petit carré : x^2.
Aire du triangle : $\dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{(8-x)x}{2}$.
On résout donc sur $[\,0\,;\,8\,]$ l'équation : $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$

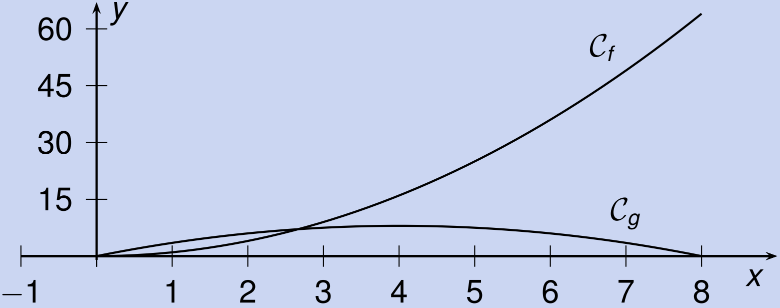
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse

Soit $x = AM$, qui définit la position de M.
On a alors $x \in [\,0\;;\;8\,]$.
Aire du petit carré : x^2.
Aire du triangle : $\dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{(8-x)x}{2}$.
On résout donc sur $[\,0\;;\;8\,]$ l'équation : $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$
qui est de la forme $f(x) = g(x)$.

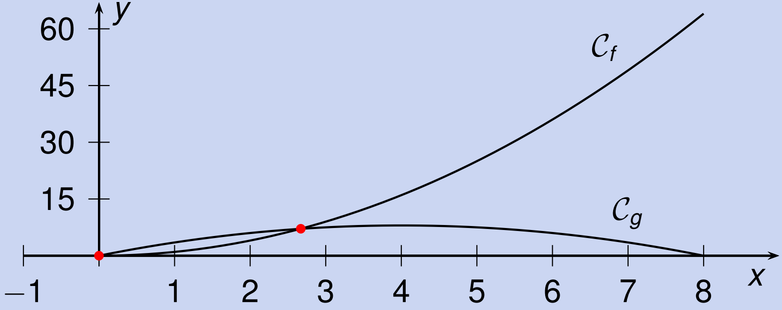
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse



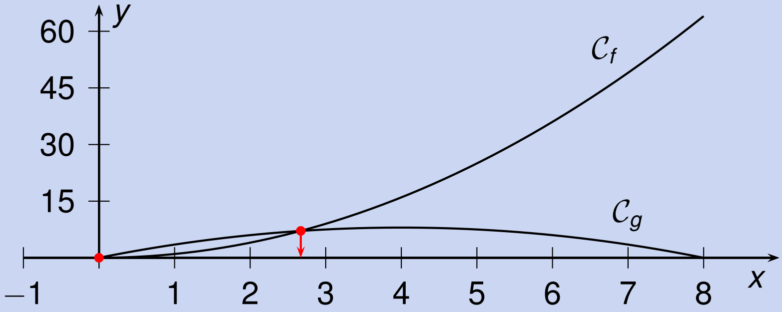
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse



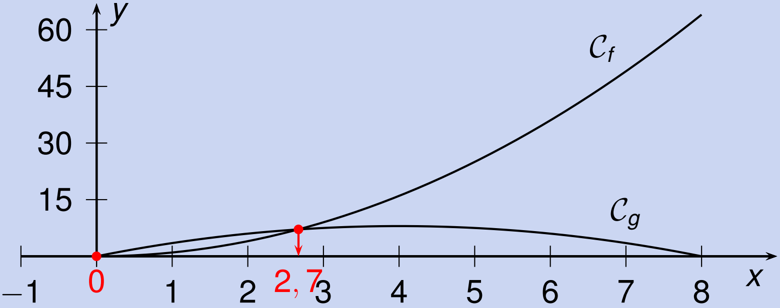
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse



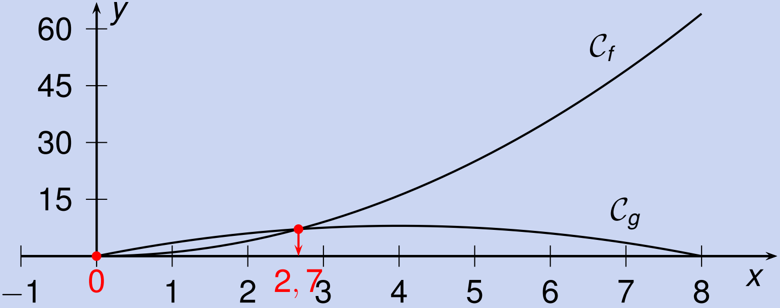
2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse



2°) Résolution graphique de $f(x) = g(x)$

Réponse



La distance AM doit être égale à 0 ou à environ $2,7$.

Partie exercices

15 page 47

3°) Résolutions d'équations par le calcul

ne pas noter

Résoudre une (in)équation sur un ensemble I, c'est trouver toutes les solutions de l'(in)équation appartenant à I.

3°) Résolutions d'équations par le calcul

ne pas noter

Résoudre une (in)équation sur un ensemble I, c'est trouver toutes les solutions de l'(in)équation appartenant à I.
Les réponses obtenues peuvent être partiellement vérifiées à l'aide d'une calculatrice graphique (résolution graphique).

3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $2x - 3 = -3(x + 5)$.

3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $\dfrac{x-1}{2}+1=3-\dfrac{x-2}{3}$

3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 2x$.

3 °) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 2x$.
Principe général pour une équation avec des x^2 :

3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 2x$.
Principe général pour une équation avec des x^2 :

- regrouper ;
- factoriser ;
- un produit est nul si un des facteurs est nul.

3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $[-2\ ;\ 2]$ l'équation : $x^2 - 9 = 2x - 6$

3°) Résolutions d'équations par le calcul

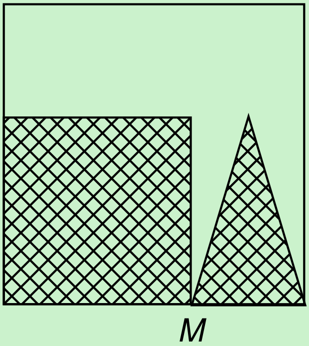
Exemple

Résoudre sur $[\,0\,;\,8\,]$ l'équation : $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$

3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $[\,0\ ;\ 8\,]$ l'équation : $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$



3°) Résolutions d'équations par le calcul

Exemple

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $2x - 1 - (2x - 1)(x - 3) = 0$