

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS
ÉCOLE SUPÉRIEURE DES GÉOMÈTRES ET TOPOGRAPHES

CONCOURS D'ENTRÉE
TS et TS'
Session 2011

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
Durée : 3 heures – Coefficient : 2

Documents Interdits

Calculatrice fournie par l'ESGT uniquement.

Le sujet comporte 2 pages
avec 8 exercices.

CONCOURS ESGT TS-TS' 2011

Les huit exercices sont indépendants et devront être traités dans l'ordre

EXERCICE N° 1

Fournir , sous forme polaire, les racines cinquièmes du nombre complexe $Z = -i$

EXERCICE N° 2

Etudier la convergence de la suite des nombres (U_n) , n entier naturel non nul , dont le terme général s'écrit :

$$U_n = \left(\frac{n+2}{n} \right)^n$$

EXERCICE N° 3

3.1/Déterminer la nature et retrouver l'équation réduite de la conique d'équation :

$$3x^2 - 2y^2 - 18x - 8y + 37 = 0$$

3.2/Fournir le centre et l'axe focal de la conique

EXERCICE N° 4

Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{\pi/6} \sin^2 x \cos^4 x dx$

EXERCICE N° 5

5.1/Etudier les variations de la fonction numérique de la variable réelle positive x

$$h : x \rightarrow \frac{\ln(x)}{x-1}$$

5.2/ La fonction est-elle dérivable en x=1 ?

EXERCICE N° 6

Confirmer ou infirmer l'égalité suivante à l'aide d'un raisonnement par

$$\text{récurrence : } \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

(n entier naturel)

EXERCICE N° 7

Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle suivante :

$$G(x) = \frac{x-2}{1+x^3}$$

EXERCICE N° 8

Une usine est dotée d'un système d'alarme qui se déclenche en principe lorsqu'un incident se produit sur une chaîne de production. Il peut arriver toutefois que le système soit mis en défaut. En effet, des études statistiques ont montré que, sur une journée :

- la probabilité que l'alarme se déclenche par erreur, c'est à dire sans qu'il y ait eu incident, est égale à 1/50;
- la probabilité qu'un incident survienne sans que l'alarme ne se déclenche est égale à 1/500;
- la probabilité qu'un incident se produise est égale à 1/100.

8.1 Calculer la probabilité que, dans une journée, un incident survienne et que l'alarme se déclenche.

8.2 L'alarme vient de se déclencher.

Quelle est la probabilité qu'il y ait réellement un incident ?