

CONCOURS ESGT 2007
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Les six exercices sont indépendants et devront être traités impérativement dans l'ordre indiqué :

Exercice I

On considère les fonctions numériques f et g définies par :

$$f(t) = \frac{1}{t(1+t^2)} \quad \text{et} \quad g(t) = -\frac{1}{(1+t)t^2}.$$

- 1.1) Déterminer une primitive de f et de g .
- 1.2) Donner la valeur exacte du nombre B suivant :

$$B = \int_1^2 f(t) dt.$$

Interprétation graphique de B ?

Exercice II

On admet que la variable aléatoire X qui associe à tout composant de type A sa durée de vie, mesurée en heures, suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ .

- 2.1) Déterminer m et σ sachant que :

$$P(X > 1100) = 0,9332 \text{ et}$$

$$P(X \leq 1600) = 0,8413.$$

- 2.2) On suppose désormais que $m = 1400$ et que $\sigma = 200$.

Calculer la probabilité $u = P(X > 1200)$ et commenter le résultat obtenu.

Exercice III

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$H(x) = \exp(x)/\sqrt{1+x}.$$

Soit (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 3.1) Étudier les variations de H .
- 3.2) Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
- 3.3) Tracer (C) et (T) .
- 3.4) Formuler le développement limité d'ordre 2 de la fonction H en 0.

Exercice IV

Résoudre l'équation trigonométrique suivante :

$$\cos x + \frac{3}{4} \sin x - \frac{5}{4} = 0.$$

Exercice V

Soit le nombre complexe : $j = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ (i tel que $i^2 = -1$)

et les quatre nombres complexes :

$$a = -j^2$$

$$b = 2j$$

$$c = -2j$$

$$d = 4/j.$$

Dans le plan complexe, on considère les 4 points A, B, C, D d'affixes respectives a, b, c, d .

5.1) Calculer $Z = \frac{a-b}{a-c} / \frac{d-b}{d-c}$.

5.2) Quelle est la propriété vérifiée par les 4 points A, B, C et D ?

Exercice VI

Dans un espace affine E_3 rapporté à un repère orthonormé, soit les deux plans P et P' définis par leurs équations cartésiennes suivantes :

$$P : x - 2z = 0$$

$$P' : 2x - 5y + z - 15 = 0.$$

6.1) Les plans sont-ils perpendiculaires ?

6.2) Calculer la distance du point $E(7; 2\sqrt{6}; 1)$ à la droite $D = P \cap P'$.

6.3) Déterminer l'équation de la sphère S de centre E et tangente à D .