

**CONCOURS ESGT 2006**  
**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

L'épreuve de mathématiques comporte six exercices.

**Exercice I**

Résoudre le système trigonométrique suivant :

$$\begin{cases} \cos^3 x + \sin^3 x = 1 \\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \end{cases}$$

On posera  $P = \sin x \cos x$  et  $S = \sin x + \cos x$  dans les identités remarquables.

**Exercice II**

Soit le nombre complexe suivant :  $Z = \frac{4}{1 + i\sqrt{3}}$ .

2.1) Écrire sous forme algébrique et trigonométrique les racines carrées notées  $z_1$  et  $z_2$  du nombre  $Z$ .

2.2) Représenter les points images  $M_1$  et  $M_2$  des affixes respectifs  $z_1$  et  $z_2$  sur le plan complexe.

**Exercice III**

Trente machines identiques fonctionnent en même temps.

La probabilité pour que l'une d'elles tombe en panne dans la journée est de 0,05.

2 personnes A et B parient le matin sur le nombre de machines qui tomberont en panne durant la journée.

A parie qu'il n'y en aura aucune et B qu'il y en aura 2.

Laquelle des deux a-t-elle le plus de chances de gagner son pari ?

**Exercice IV**

4.1) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que pour tout  $x$  différent de  $-1$  et de  $-2$  :

$$f(x) = \frac{2}{(1+x)^2(2+x)} = \frac{a}{(1+x)^2} + \frac{b}{(1+x)} + \frac{c}{2+x}.$$

4.2) Fournir une primitive  $F$  de la fonction  $f$ .

4.3) Calculer  $K = \int_0^1 f(t) dt$  et en fournir une valeur approchée à  $10^{-2}$ .

**Exercice V**

Étudier et représenter la fonction  $f$  de l'exercice précédent en vous limitant exclusivement au report des résultats dans la grille donnée en annexe.

**Exercice VI**

Calculer la limite de la fonction suivante :

$$Y(x) = (e^x - e^{\sin x}) / (x - \sin x) \quad \text{quand } x \rightarrow 0.$$

Rappel :  $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$  et  $e^x = 1 + x + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$

Numéro de copie :

ANNEXE A RESTITUER AVEC LA COPIE

**EXERCICE N°5**

Domaine de définition	
Equation des asymptotes	
Expression de la dérivée	
Valeurs d'annulation de la dérivée	
Tableau des variations	
Graphe	