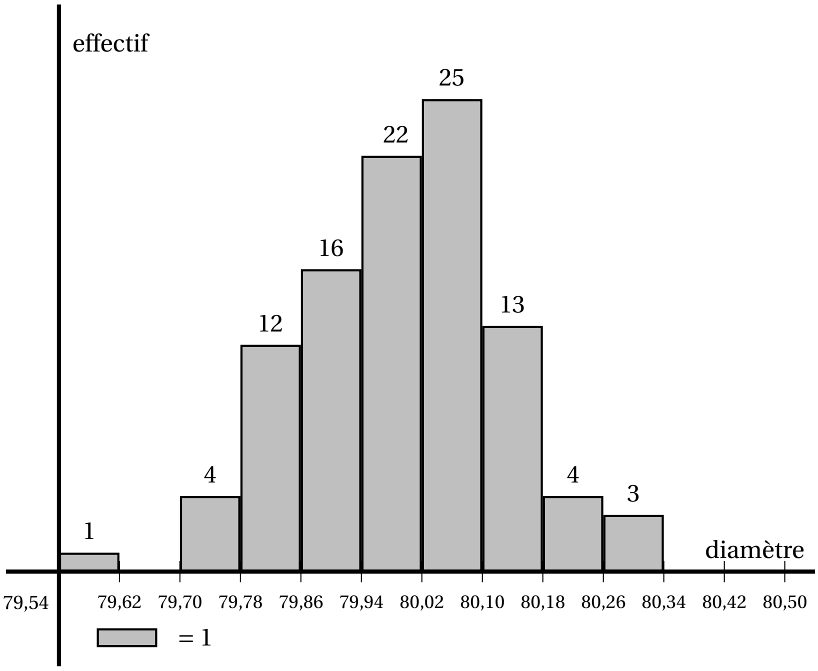
Brevet de technicien supérieur session 2013
Agencement de l'environnement architectural

Les deux exercices sont indépendants

Exercice 1 **11 points**

Partie A

Une usine fabrique des plaques d'isolation phonique. Une machine de cette usine est chargée de percer des trous dans ces plaques de 80 mm de diamètre.
La figure ci-dessous représente l'histogramme d'un échantillon do 100 diamètre de trous choisis dans plusieurs plaques.
Exemples :
- il y a un seul trou dont le diamètre appartient à la classe [79,54 ; 79,62]
- il n'y en a aucun dans la classe [79,62 ; 79,70].



1. Calculer à l'aide de la calculatrice la moyenne et l'écart type de cet échantillon.
   Arrondir les résultats au centième.
2. Calculer le pourcentage de trous de cet échantillon dont le diamètre est compris entre 79,86 mm et 80,18 mm.

Partie B

On considère maintenant que la variable aléatoire Z qui à chaque trou associe son diamètre suit la loi normale de moyenne $m = 80$ et d'écart-type $\sigma = 0,13$.

1. On considère qu'un trou est conforme si son diamètre appartient à l'intervalle [79,74 ; 80,26]. Calculer la probabilité qu'un trou soit conforme.
   Donner une valeur approchée du résultat arrondie à 10^{-3}

2. Calculer une nouvelle valeur de l'écart-type σ pour que la probabilité qu'un trou soit conforme soit égale à $0,99$.

Donner une valeur approchée du résultat arrondie au centième.

Partie C

On décide de contrôler la qualité des trous dans la production d'une journée.
On suppose que la probabilité qu'un trou soit défectueux est $0,05$.
On note X la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 trous choisis au hasard, associe le nombre de trous défectueux.
La production quotidienne des plaques est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler le choix des 100 trous à un tirage avec remise pour assurer l'indépendance des choix.

1. a. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X (*justifier votre réponse*).

b. Donner les paramètres de cette loi.

2. Calculer une valeur approchée arrondie à 10^{-3} de la probabilité pour un tel échantillon :

a. de n'avoir aucun trou défectueux ;

b. d'avoir un seul trou défectueux ;

c. d'avoir au moins deux trous défectueux.

3. On admet que la loi suivie par X peut être approchée par une loi de Poisson notée Y.

a. Déterminer le paramètre de cette loi.

b. En utilisant cette loi de Poisson déterminer une valeur approchée à 10^{-3} de la probabilité de l'événement du 2. b.

4. En comparant les résultats des questions 2. b. et 3. b., calculer le pourcentage d'erreur commis en remplaçant la variable aléatoire X par Y pour calculer la probabilité d'avoir un seul trou défectueux.

Donner une valeur approchée à 0,1 % près.

Exercice 2 **9 points**

Pour tester la résistance d'une plaque d'isolation phonique à la chaleur on porte en laboratoire sa température à 100° C et on étudie l'évolution de sa température en fonction du temps t (en minutes).
Soit $\theta(t)$ la température (en degré Celsius) de la plaque à l'instant t(t exprimé en minutes).
La température ambiante du laboratoire est de 19° C et après 6 minutes la température est redescendue à 82° C.
En exploitant ces données on peut affirmer que la fonction θ est solution de l'équation différentielle :

$$(E): \quad y'(t) + 0,042y(t) = 0,798.$$

où y est la fonction inconnue, de variable t, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

Partie A

1. Résoudre l'équation différentielle :

$$y'(t) + 0,042y(t) = 0$$

sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

2. Trouver une solution particulière de (E) constante du type $g(t) = a$, où a est un nombre réel à déterminer.
3. En déduire toutes les solutions de (E).
4. D'après l'énoncé, donner $\theta(0)$, puis déterminer la solution θ de l'équation (E) vérifiant cette condition initiale.

Partie B

On admet que pour tout réel t de l'intervalle $[0~;~+\infty[$,

$$\theta(t) = 81\mathrm{e}^{-0,042t} + 19.$$

1. Calculer la température de la plaque après 35 minutes. Vérifier ce résultat à l'aide du graphique, en annexe, en laissant apparents les traits de construction.
2. Calculer la fonction dérivée θ' sur $[0~;~+\infty[$.
   En déduire le sens de variation de θ sur $[0~;~+\infty[$.
3. Calculer le temps à partir duquel la température de la plaque est inférieure à 30° C.
   Vérifier ce résultat à l'aide du graphique, en annexe, en laissant apparents les traits de construction.
4. Déterminer la limite de $\theta(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$, et interpréter ce résultat.

Annexe : Exercice 2 – Courbe représentative de la fonction θ