

# Variations d'une fonction

Y. Moncheaux



Avril 2023

# Table des matières

- 1 Variations d'une fonction
  - Tableau de variations d'une fonction
  - Définitions algébriques
  
- 2 Cas des fonctions affines

Ce graphique indique l'altitude atteinte en fonction de la distance parcourue, lors d'une promenade de 5 km.

**a)** Sur quels tronçons du parcours le promeneur monte-t-il? descend-il?

**b)** Quelle est l'altitude maximale de la promenade? l'altitude minimale? À quelles distances ces altitudes sont-elles atteintes?

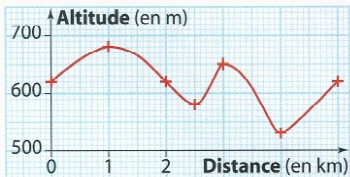
**c)** On a commencé à représenter dans un tableau les variations de l'altitude en fonction de la distance parcourue.

Recopier et compléter ce tableau.

**d)** Quelle est l'altitude minimale pendant les trois premiers kilomètres?

**e)** Combien de fois le promeneur passe-t-il en dessous de 600 m d'altitude?

**f)** La promenade peut-elle être un « aller-retour »? Peut-elle être une « boucle »?



Distance	0	1	...	...	...	5
Altitude						

Le tableau ci-dessus est partiellement rempli. Une flèche pointe de la valeur 620 dans la colonne 'Altitude' vers la valeur 680 dans la colonne 'Distance'.

# Ne pas noter

Ⓓ Le **tableau de variations** d'une fonction  $f$ , définie sur un ensemble  $D$ , décrit l'évolution de  $f(x)$  quand  $x$  varie dans  $D$ .

# I – Variations d'une fonction

## 1) Tableau de variations d'une fonction

### Exemple 1

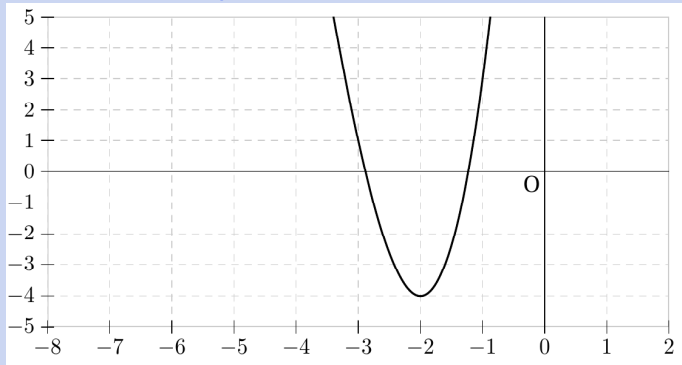
Conjecturer le tableau de variation de  $f$ , définie sur  $[-7 ; 1]$  par

$$f(x) = x^3 + 12x^2 + 36x + 28.$$

# Ne pas noter

## Réponse

Premier tracé rapide :



mais la courbe n'est pas complète ( $D_f = [-7 ; 1]$ ).

# Ne pas noter

Un tableau de valeurs (fait à la calculatrice par exemple) :

# Ne pas noter

Un tableau de valeurs (fait à la calculatrice par exemple) :

$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	21	28	23	12	1	-4	3	28	77



# Ne pas noter

Un tableau de valeurs (fait à la calculatrice par exemple) :

$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	21	28	23	12	1	-4	3	28	77

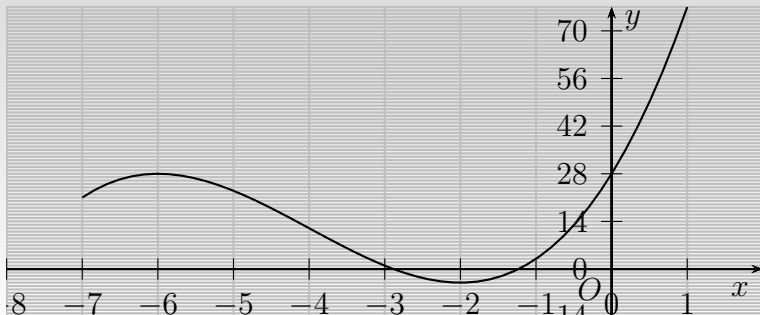
permet de mieux choisir  $y_{\min}$  et/ou  $y_{\max}$ , d'où :

# Ne pas noter

Un tableau de valeurs (fait à la calculatrice par exemple) :

$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	21	28	23	12	1	-4	3	28	77

permet de mieux choisir  $y_{\min}$  et/ou  $y_{\max}$ , d'où :



## Réponse

D'après la courbe, le tableau de variation semble être :

## Réponse

D'après la courbe, le tableau de variation semble être :

$x$	$-7$	$-6$	$-2$	$1$
Variations de $f$	$21$	$28$	$-4$	$77$

```
graph LR; x1[-7] --> f1[21]; x2[-6] --> f2[28]; x3[-2] --> f3[-4]; x4[1] --> f4[77]; f1 --> f2; f2 --> f3; f3 --> f4;
```

## Réponse

D'après la courbe, le tableau de variation semble être :

$x$	$-7$	$-6$	$-2$	$1$
Variations de $f$		$28$		$77$
$f$ semble être	$21$		$-4$	

## Réponse

D'après la courbe, le tableau de variation semble être :

$x$	$-7$	$-6$	$-2$	$1$
Variations de $f$		28	-4	77

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of change: increasing from 21 to 28, decreasing from 28 to -4, and increasing from -4 to 77.

$f$  semble être croissante sur  $[-7; -6]$ ;

## Réponse

D'après la courbe, le tableau de variation semble être :

$x$	$-7$	$-6$	$-2$	$1$
Variations de $f$		28	-4	77

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of change: increasing from 21 to 28, decreasing from 28 to -4, and increasing from -4 to 77.

$f$  semble être croissante sur  $[-7; -6]$ ; décroissante sur  $[-6; -2]$

## Réponse

D'après la courbe, le tableau de variation semble être :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28	-4	77

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of change: increasing from 21 to 28, decreasing from 28 to -4, and increasing from -4 to 77.

$f$  semble être croissante sur  $[-7; -6]$ ; décroissante sur  $[-6; -2]$  et croissante sur  $[-2; 1]$ .



# Ne pas noter

**Remarque** : nous n'avons pas, en classe de seconde, les outils permettant de confirmer ces conjectures.

# Partie exercices

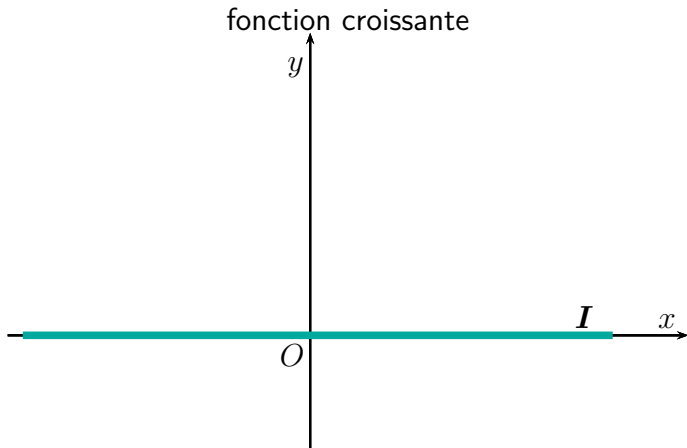
Deux fiches d'exercices de [mathsenligne.net](https://mathsenligne.net)

Exercices 19 et 20 page 240

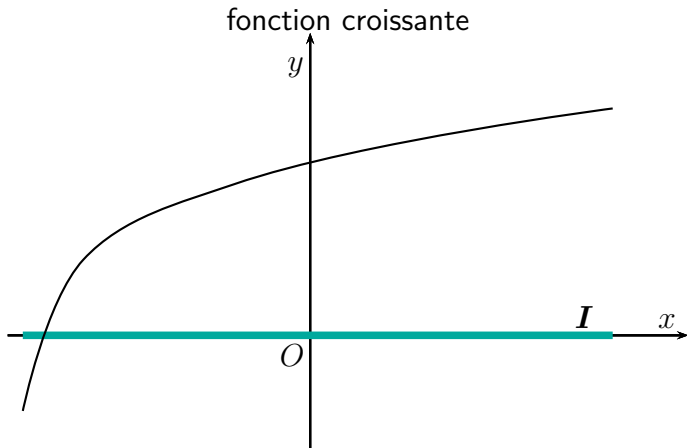
## 2) Définitions algébriques

fonction croissante

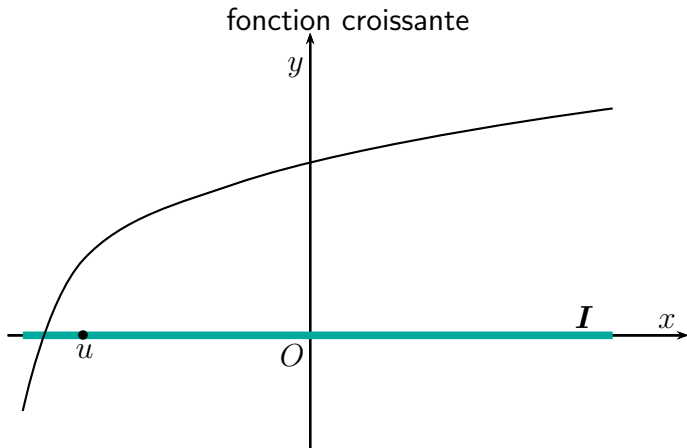
## 2) Définitions algébriques



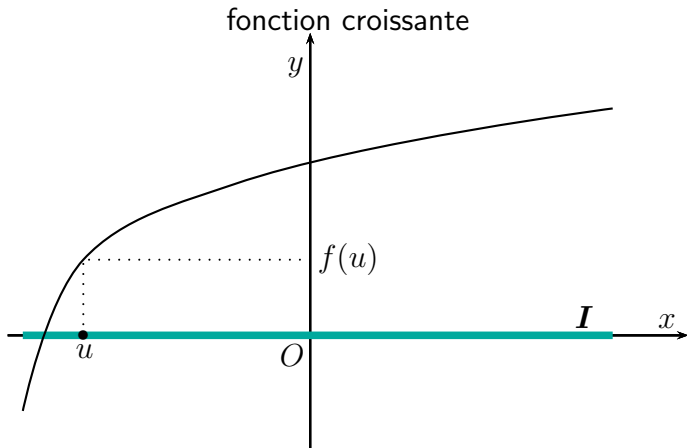
## 2) Définitions algébriques



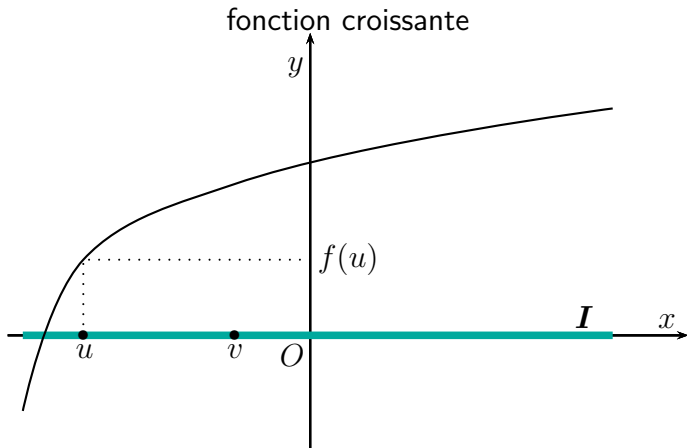
## 2) Définitions algébriques



## 2) Définitions algébriques

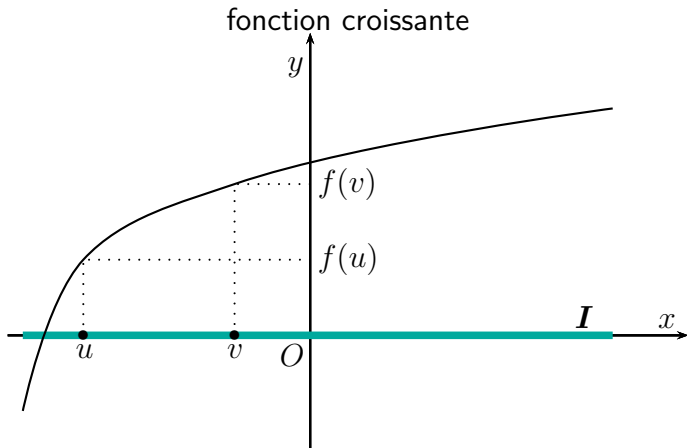


## 2) Définitions algébriques

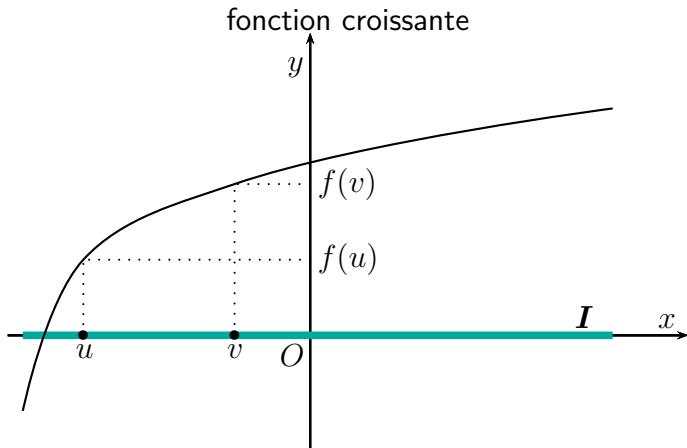




## 2) Définitions algébriques



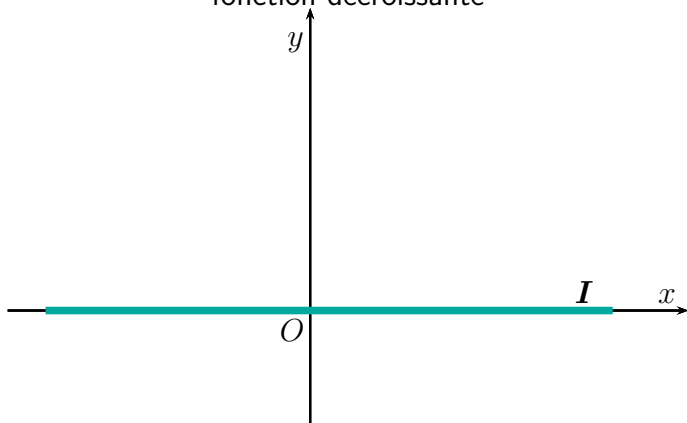
## 2) Définitions algébriques

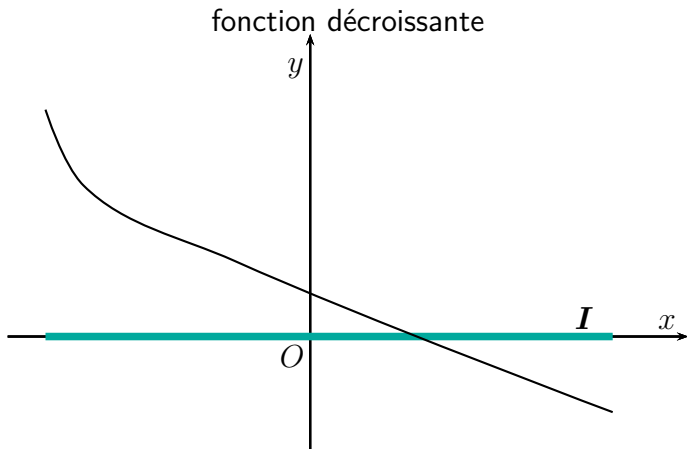


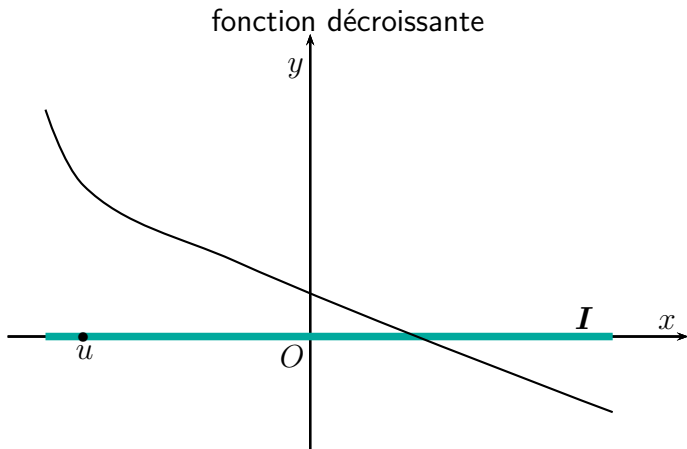
Si  $u \leq v$  alors  $f(u) \leq f(v)$ .

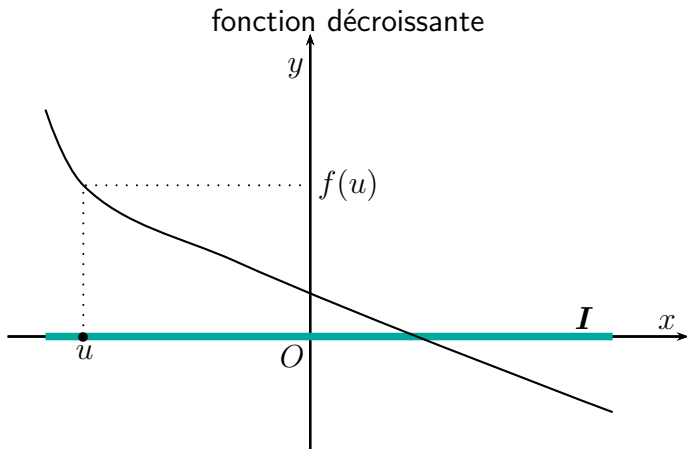
## fonction décroissante

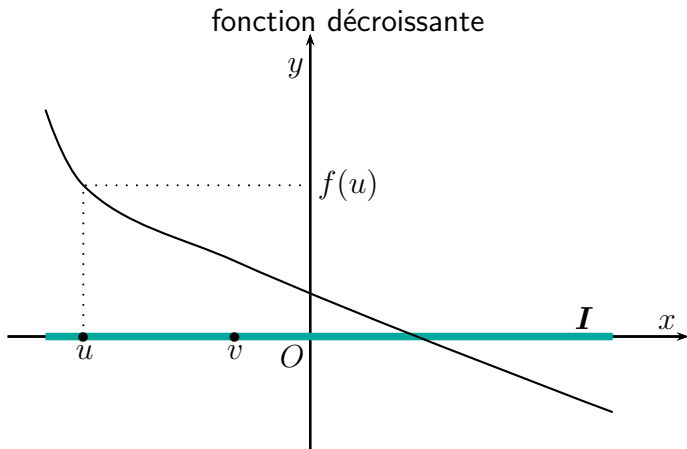
fonction décroissante



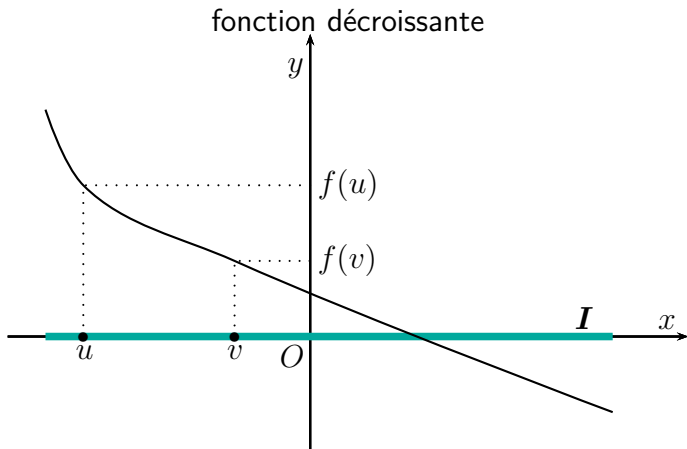


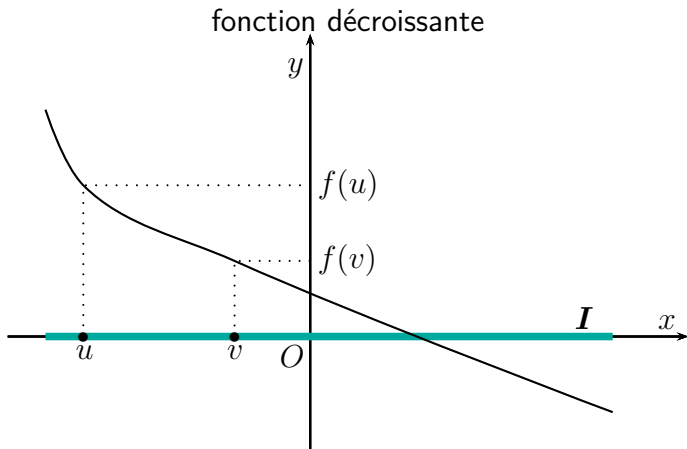












Si  $u \leq v$  alors  $f(u) \geq f(v)$ .

Ⓓ Une fonction  $f$  est :

Ⓓ Une fonction  $f$  est :

- **croissante** sur l'intervalle  $I$  si  $f$  conserve l'ordre :

Ⓓ Une fonction  $f$  est :

● **croissante** sur l'intervalle  $I$  si  $f$  conserve l'ordre :

$$u \leq v \Rightarrow f(u) \leq f(v)$$

Ⓓ Une fonction  $f$  est :

- **croissante** sur l'intervalle  $I$  si  $f$  conserve l'ordre :

$$u \leq v \Rightarrow f(u) \leq f(v)$$

- **décroissante** sur  $I$  si  $f$  change l'ordre :

Ⓓ Une fonction  $f$  est :

- **croissante** sur l'intervalle  $I$  si  $f$  conserve l'ordre :

$$u \leq v \Rightarrow f(u) \leq f(v)$$

- **décroissante** sur  $I$  si  $f$  change l'ordre :

$$u \leq v \Rightarrow f(u) \geq f(v)$$

④ Une fonction  $f$  est :

- **croissante** sur l'intervalle  $I$  si  $f$  conserve l'ordre :

$$u \leq v \Rightarrow f(u) \leq f(v)$$

- **décroissante** sur  $I$  si  $f$  change l'ordre :

$$u \leq v \Rightarrow f(u) \geq f(v)$$

- **monotone** sur  $I$  si elle est croissante ou décroissante sur  $I$ .



## Exemple 1

Ne pas noter, rappel du tableau du 1) :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28		77
	21		-4	

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of the function's path: from 21 to 28 (up), from 28 to -4 (down), and from -4 to 77 (up).

Complétez :

$-5 \dots -4$

## Exemple 1

Ne pas noter, rappel du tableau du 1) :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28		77
	21		-4	

Diagram showing arrows: 21 → 28, 28 → -4, -4 → 77

Complétez :

$-5 \cdots -4$  et  $f$  est ..... sur .....

## Exemple 1

Ne pas noter, rappel du tableau du 1) :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28	-4	77
	21			

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of the function's path: from 21 to 28 (up), from 28 to -4 (down), and from -4 to 77 (up).

Complétez :

$-5 \dots -4$  et  $f$  est ..... sur ..... donc  
 $f(-5) \dots f(-4)$ ;

## Exemple 1

Ne pas noter, rappel du tableau du 1) :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28	-4	77
	21			

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of the function's path: from 21 to 28 (up), from 28 to -4 (down), and from -4 to 77 (up).

Complétez :

$-5 \dots -4$  et  $f$  est ..... sur ..... donc

$f(-5) \dots f(-4)$ ;

$-1 \dots 1$

## Exemple 1

Ne pas noter, rappel du tableau du 1) :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28	-4	77
	21			

Diagram showing arrows: 21 → 28, 28 → -4, -4 → 77

Complétez :

$-5 \dots -4$  et  $f$  est ..... sur ..... donc

$f(-5) \dots f(-4)$ ;

$-1 \dots 1$  et  $f$  est ..... sur .....

## Exemple 1

Ne pas noter, rappel du tableau du 1) :

$x$	-7	-6	-2	1
Variations de $f$		28	-4	77

Diagram illustrating the variation of the function  $f$  between  $x = -7$  and  $x = 1$ . The function values are 21 at  $x = -7$ , 28 at  $x = -6$ , -4 at  $x = -2$ , and 77 at  $x = 1$ . Arrows indicate the direction of the function's path: from 21 to 28 (up), from 28 to -4 (down), and from -4 to 77 (up).

Complétez :

$-5 \dots -4$  et  $f$  est ..... sur ..... donc

$f(-5) \dots f(-4)$ ;

$-1 \dots 1$  et  $f$  est ..... sur ..... donc

$f(-1) \dots f(1)$ .

# Partie exercices

Exercices 32, 32, 35 page 241

## II – Cas des fonctions affines



# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterais : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

$f(x)$  le montant de mes économies.

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

$f(x)$  le montant de mes économies.

Expression de  $f(x)$  :

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

$f(x)$  le montant de mes économies.

Expression de  $f(x)$  :  $f(x) =$

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

$f(x)$  le montant de mes économies.

Expression de  $f(x)$  :  $f(x) = 85 +$

# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

$f(x)$  le montant de mes économies.

Expression de  $f(x)$  :  $f(x) = 85 + 20x$



# Ne pas noter

## Exemple 2

J'économise pendant 30 mois.

J'ai au départ : 85 € et tous les mois j'ajouterai : 20 €.

Soient :

$x$  le nombre de mois écoulés ;

$f(x)$  le montant de mes économies.

Expression de  $f(x)$  :  $f(x) = 85 + 20x = 20x + 85.$

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  :

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$					

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85				

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285			

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385		

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	



# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

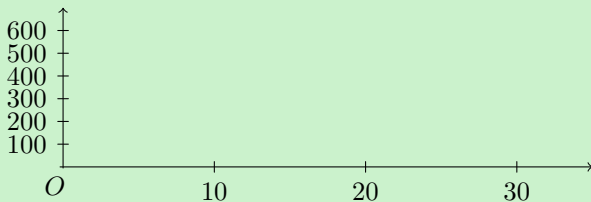
$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	685

# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	685

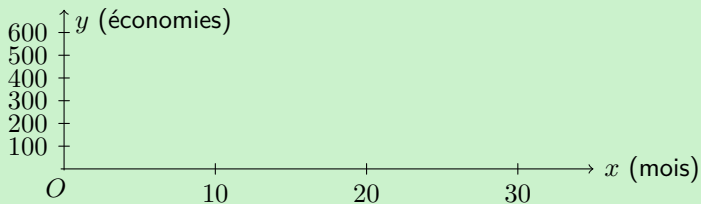


## Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	685

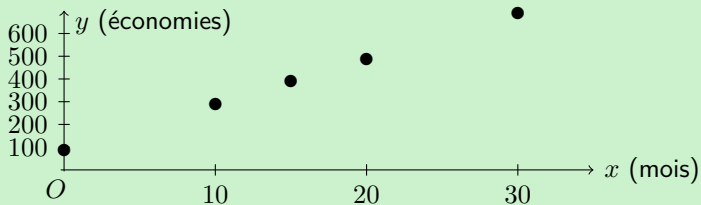


# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	685

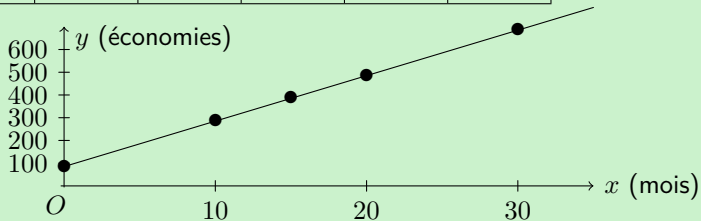


# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	685

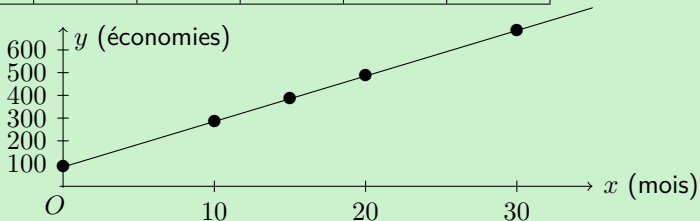


# Ne pas noter

## Exemple 2

Courbe de  $f$  : je fais un tableau de valeurs

$x$	0	10	15	20	30
$f(x)$	85	285	385	485	685



Les points semblent être alignés (ils le sont).

# Ne pas noter

Ⓓ Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  (où  $a$  et  $b$  sont des constantes) est une **fonction affine**.

# Ne pas noter

Ⓓ Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  (où  $a$  et  $b$  sont des constantes) est une **fonction affine**.

## Exemple 2

$f(x) = 20x + 85$  (85 euros au départ puis 20 euros par mois).



# Ne pas noter

Ⓓ Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  (où  $a$  et  $b$  sont des constantes) est une **fonction affine**.

## Exemple 2

$f(x) = 20x + 85$  (85 euros au départ puis 20 euros par mois).

Cas particuliers :

# Ne pas noter

Ⓓ Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  (où  $a$  et  $b$  sont des constantes) est une **fonction affine**.

## Exemple 2

$f(x) = 20x + 85$  (85 euros au départ puis 20 euros par mois).

Cas particuliers :

Si  $b = 0$ , donc si  $f(x) = ax$ , alors  $f$  est une **fonction linéaire**.

# Ne pas noter

Ⓓ Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  (où  $a$  et  $b$  sont des constantes) est une **fonction affine**.

## Exemple 2

$f(x) = 20x + 85$  (85 euros au départ puis 20 euros par mois).

Cas particuliers :

Si  $b = 0$ , donc si  $f(x) = ax$ , alors  $f$  est une **fonction linéaire**.

Si  $a = 0$ , donc si  $f(x) = b$ , alors  $f$  est une **fonction constante**.

# Ne pas noter

Si je mets 20 € de côté chaque mois alors

$f(x) = 85 + 20x = 20x + 85$  et mes économies augmentent.

# Ne pas noter

Si je mets 20 € de côté chaque mois alors

$f(x) = 85 + 20x = 20x + 85$  et mes économies augmentent.

Si je perds 20 € chaque mois alors

$f(x) = 85 - 20x = -20x + 85$  et mes économies diminuent.

# Ne pas noter

Si je mets 20 € de côté chaque mois alors

$f(x) = 85 + 20x = 20x + 85$  et mes économies augmentent.

Si je perds 20 € chaque mois alors

$f(x) = 85 - 20x = -20x + 85$  et mes économies diminuent.

Au vu de ces exemples, je peux conjecturer que, pour une fonction affine, définie par  $f(x) = ax + b$  :

# Ne pas noter

Si je mets 20 € de côté chaque mois alors

$f(x) = 85 + 20x = 20x + 85$  et mes économies augmentent.

Si je perds 20 € chaque mois alors

$f(x) = 85 - 20x = -20x + 85$  et mes économies diminuent.

Au vu de ces exemples, je peux conjecturer que, pour une fonction affine, définie par  $f(x) = ax + b$  :

- si  $a > 0$  alors  $f$  est croissante ;

# Ne pas noter

Si je mets 20 € de côté chaque mois alors

$f(x) = 85 + 20x = 20x + 85$  et mes économies augmentent.

Si je perds 20 € chaque mois alors

$f(x) = 85 - 20x = -20x + 85$  et mes économies diminuent.

Au vu de ces exemples, je peux conjecturer que, pour une fonction affine, définie par  $f(x) = ax + b$  :

- si  $a > 0$  alors  $f$  est croissante ;
- si  $a < 0$  alors  $f$  est décroissante ;



# Ne pas noter

Si je mets 20 € de côté chaque mois alors

$f(x) = 85 + 20x = 20x + 85$  et mes économies augmentent.

Si je perds 20 € chaque mois alors

$f(x) = 85 - 20x = -20x + 85$  et mes économies diminuent.

Au vu de ces exemples, je peux conjecturer que, pour une fonction affine, définie par  $f(x) = ax + b$  :

- si  $a > 0$  alors  $f$  est croissante ;
- si  $a < 0$  alors  $f$  est décroissante ;
- la valeur de  $b$  n'intervient pas dans le sens de variation.

# Ne pas noter

Rappel de quelques règles :

⇒ **règle 1** : ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inégalité **ne change pas le sens** de celle-ci.

# Ne pas noter

Rappel de quelques règles :

⇒ **règle 1** : ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inégalité **ne change pas le sens** de celle-ci.

## Exemple 3

$2 < 5$  donc  $2+3 < 5+3$  et  $2-4 < 5-4$ .

# Ne pas noter

Rappel de quelques règles :

⇒ **règle 1** : ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inégalité **ne change pas le sens** de celle-ci.

## Exemple 3

$2 < 5$  donc  $2+3 < 5+3$  et  $2-4 < 5-4$ .

⇒ **règle 2** : multiplier ou diviser par un nombre positif **ne change le sens des inégalités**.

# Ne pas noter

Rappel de quelques règles :

⇒ **règle 1** : ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inégalité **ne change pas le sens** de celle-ci.

## Exemple 3

$2 < 5$  donc  $2+3 < 5+3$  et  $2-4 < 5-4$ .

⇒ **règle 2** : multiplier ou diviser par un nombre positif **ne change le sens des inégalités**.

## Exemple 4

$3 < 5$  donc  $3 \times 4 < 5 \times 4$  et  $3 \div 4 < 5 \div 4$ .

# Ne pas noter

⇒ **règle 3** : multiplier ou diviser par un nombre négatif  
change le sens des inégalités.



# Ne pas noter

⇒ **règle 3** : multiplier ou diviser par un nombre négatif  
change le sens des inégalités.



## Exemple 5

$3 < 5$  mais  $3 \times (-3) > 5 \times (-3)$  et  $3 \div (-3) > 5 \div (-3)$ .

## Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$ .



## Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$ .

Si  $a \geq 0$  alors  $f$  est **croissante** sur  $\mathbb{R}$ .

## Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$ .

Si  $a \geq 0$  alors  $f$  est **croissante** sur  $\mathbb{R}$ .

Si  $a \leq 0$  alors  $f$  est **décroissante** sur  $\mathbb{R}$ .

## Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$ .

Si  $a \geq 0$  alors  $f$  est **croissante** sur  $\mathbb{R}$ .

Si  $a \leq 0$  alors  $f$  est **décroissante** sur  $\mathbb{R}$ .

## Exemple 2

Pour  $f(x) = 20x + 85$ ,  $a = 20$  donc  $f$  est croissante.

## Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$ .

Si  $a \geq 0$  alors  $f$  est **croissante** sur  $\mathbb{R}$ .

Si  $a \leq 0$  alors  $f$  est **décroissante** sur  $\mathbb{R}$ .

## Exemple 2

Pour  $f(x) = 20x + 85$ ,  $a = 20$  donc  $f$  est croissante.

Pour  $f(x) = -10x + 85$ ,  $a = -10$  ( $-10e$  / mois) donc  $f$  est décroissante.

# Ne pas noter

Rappel : une fonction est croissante si elle conserve l'ordre et décroissante si elle change l'ordre.

## Preuve

## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

Si  $a \geq 0$



## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

Si  $a \geq 0$

$$u \leq v$$

## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

Si  $a \geq 0$

$$\times a \left( \begin{array}{ccc} u & \leq & v \\ au & \leq & av \end{array} \right) \times a$$

## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

Si  $a \geq 0$

$$\begin{array}{l} \times a \\ +b \end{array} \left\{ \begin{array}{l} u \\ au \\ au + b \end{array} \leq \begin{array}{l} v \\ av \\ av + b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times a \\ +b \end{array}$$

## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

Si  $a \geq 0$

$$\begin{array}{r} \times a \\ +b \end{array} \left\{ \begin{array}{l} u \leq v \\ au \leq av \\ au + b \leq av + b \\ f(u) \leq f(v) \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times a \\ +b \end{array}$$

## Preuve

Soient  $u$  et  $v$  tels que  $u \leq v$ . Alors :

Si  $a \geq 0$

$$\begin{array}{rcc} \times a & \left\{ \begin{array}{l} u \\ au \end{array} \right. & \leq & \begin{array}{l} v \\ av \end{array} \\ +b & \left\{ \begin{array}{l} au + b \\ f(u) \end{array} \right. & \leq & \begin{array}{l} av + b \\ f(v) \end{array} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times a \\ \\ +b \end{array}$$

donc  $f$  est croissante.

## Preuve

Si  $a \leq 0$

## Preuve

Si  $a \leq 0$ 

$$u \leq v$$

## Preuve

Si  $a \leq 0$ 

$$\times a \left( \begin{array}{ccc} u & \leq & v \\ au & \geq & av \end{array} \right) \times a$$



## Preuve

Si  $a \leq 0$ 

$$\begin{array}{r} \times a \\ +b \end{array} \left\{ \begin{array}{l} u \\ au \end{array} \right. \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \begin{array}{l} v \\ av \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ +b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times a \\ +b \end{array}$$

$$\begin{array}{l} au + b \\ \geq \\ av + b \end{array}$$

## Preuve

Si  $a \leq 0$ 

$$\begin{array}{rcc}
 \times a & \left\{ \begin{array}{l} u \\ au \end{array} \right. & \leq & v \\
 +b & \left\{ \begin{array}{l} au + b \\ f(u) \end{array} \right. & \geq & f(v) \\
 & & & \left. \begin{array}{l} av \\ av + b \\ f(v) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times a \\ +b \end{array}
 \end{array}$$

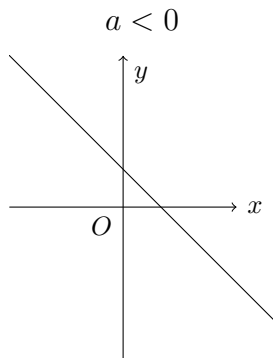
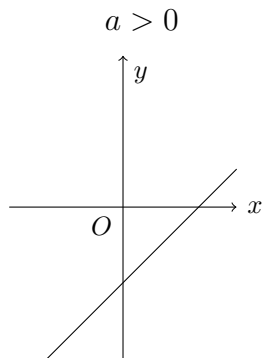
## Preuve

Si  $a \leq 0$ 

$$\begin{array}{rcc}
 \times a & \left\{ \begin{array}{l} u \\ au \end{array} \right. & \leq & v \\
 +b & \left\{ \begin{array}{l} \\ au + b \end{array} \right. & \geq & av \\
 & & & av + b \\
 & & & \left. \begin{array}{l} \\ f(u) \end{array} \right\} & \geq & \left. \begin{array}{l} \\ f(v) \end{array} \right\}
 \end{array}$$

donc  $f$  est décroissante.

À retenir :



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x + 5$ ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x + 5$ ?



$a = 3 \geq 0$  donc  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .

# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x - 1$ ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x - 1$  ?



$a = 2 \geq 0$  donc  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x + 5$  ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x + 5$  ?



$a = -1 \leq 0$  donc  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 6 - 5x$ ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 6 - 5x$  ?



$a = -4 \leq 0$  donc  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -3$ ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -3$ ?



$f$  est constante sur  $\mathbb{R}$ .

# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  
 $f(x) = (3 - \pi)x + 2$ ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  
 $f(x) = (3 - \pi)x + 2$ ?



$a = (3 - \pi) \leq 0$  car  $\pi \geq 3$  donc  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 + 2$  ?



# Questions rapides (ne pas noter)

Variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 + 2$  ?



$f$  n'est pas affine donc nous ne pouvons pas savoir (pour l'instant...).

# Ne pas noter

Remarquez que la valeur de  $b$  (à savoir 85 euros dans l'exemple) n'intervient pas dans les variations de la fonction.

# Ne pas noter

Remarquez que la valeur de  $b$  (à savoir 85 euros dans l'exemple) n'intervient pas dans les variations de la fonction. Seul le **signe de  $a$**  compte.

### Exemple 6

Dresser le tableau de variations de  $f$ , définie sur  $[-5 ; 3]$  par  $f(x) = 1 - 4x$ .

### Exemple 6

Dresser le tableau de variations de  $f$ , définie sur  $[-5 ; 3]$  par  $f(x) = 1 - 4x$ .

Réponse :

### Exemple 6

Dresser le tableau de variations de  $f$ , définie sur  $[-5 ; 3]$  par  $f(x) = 1 - 4x$ .

Réponse :  $f$  est affine

### Exemple 6

Dresser le tableau de variations de  $f$ , définie sur  $[-5 ; 3]$  par  $f(x) = 1 - 4x$ .

Réponse :  $f$  est affine et  $a = -4 < 0$



### Exemple 6

Dresser le tableau de variations de  $f$ , définie sur  $[-5 ; 3]$  par  $f(x) = 1 - 4x$ .

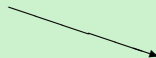
Réponse :  $f$  est affine et  $a = -4 < 0$  donc  $f$  est décroissante.

## Exemple 6

Dresser le tableau de variations de  $f$ , définie sur  $[-5 ; 3]$  par  $f(x) = 1 - 4x$ .

Réponse :  $f$  est affine et  $a = -4 < 0$  donc  $f$  est décroissante.

$x$	-5	3
variations de $f$	21	-11



# Partie exercices

Exercices 36, 38 page 242.