Information chiffrée

I – Proportion et pourcentages.

Exemple 1 :

Dans une certaine classe de Seconde comportant 25 élèves, il y a 15 filles.

La proportion de filles dans cette classe peut ici s'écrire de trois façons :

- en fraction : $\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$ (« 15 filles **sur** 25 élèves » → fraction) ;
- sous forme décimale : $\frac{3}{5}=0{,}6$;
- en pourcentage : 0,6 × 100 = 60 %.

Remarque : la proportion d'une sous-population par rapport à la population totale est toujours un nombre entre 0 et 1 (dans l'exemple ci-dessus : 0,6).

Exercices

Hyperbole 19, 21 page 264

Exemple 2 :

26 % des fruits contenus dans un panier sont des pommes.

Il y a 50 fruits dans le panier. Combien y a-t-il de pommes ?

<u>Réponse :</u> il suffit de multiplier la proportion par l'effectif total donc il y a

$\frac{26}{100}\times 50=13$ pommes.

Attention : un pourcentage est toujours un pourcentage *de quelque chose* et il faut faire une multiplication pour calculer la quantité correspondante.

Exemple 3 :

Un lot de jeux comprend 30 % de jeux de stratégie.

Il y a 12 jeux de stratégie. Combien y a-t-il de jeux en tout ?

<u>Réponse 1 :</u> appelons x ce nombre total de jeux. Alors :

$\frac{30}{100}\times x=12$ donc $x=12\div\frac{30}{100}=12\times\frac{100}{30}=40$ jeux en tout.

<u>Réponse 2 :</u> nous pouvons aussi utiliser ici un tableau de proportionnalité :

	Jeux de stratégie	Tous les jeux
Nombre	12	?
Pourcentage	30	100

et un produit en croix : $\frac{12\times 100}{30}=40$.

Exercices

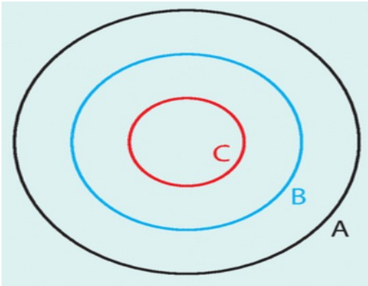
Hyperbole 18, 22 page 264

II – Ensembles imbriqués, proportion d'une proportion.

Propriété
Soit trois ensembles imbriqués A, B, C dans l'ordre du schéma ci-contre.

Soit p la proportion de la population de C par rapport à B et soit p' celle de la population de B par rapport à A.

Alors la proportion de la population de C par rapport à celle de A est $p \times p'$.



Exemple 1 (suite) :
Supposons qu'un tiers des filles sont externes. Dans cet exemple :
A est l'ensemble des élèves de la classe ;
B est l'ensemble des filles de la classe ;
C est l'ensemble des filles externes de la classe.

La proportion d'externes parmi les filles de la classe est $p=\frac{1}{3}$

La proportion de filles dans la classe est $p'=\frac{3}{5}$

La proportion de filles externes dans la classe est donc $p\times p'=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$ soit 20 % de la classe.

Exercices

Hyperbole 24, 27, 30 page 265

III – Evolution. Variation absolue, variation relative.

Exemple 4 :

Un téléphone coûte 200 € mais son tarif varie en augmentant de 10 €.

La variation absolue est ici : 10.

La variation relative est la variation absolue divisée par la quantité de départ.

C'est donc ici : $\frac{10}{200}=0{,}05$ donc l'augmentation de 10 € représente 5 % du prix initial.

Exercices

Hyperbole 34, 37 page 265 ; 40 page 266

Question : passer de 1 à 3, c'est augmenter de combien de % ?

IV – Évolutions successives ; évolution réciproque

1°) Évolutions successives

Exemple 5 :

Supposons que la population d'un pays augmente de 5 % toutes les décennies.

Comment calculer rapidement la population après un siècle d'évolution ?

Réponse : Soit P la population initiale. Après une décennie, elle devient :

$$P+\frac{5}{100}\times P=\left(1+\frac{5}{100}\right)\times P=1{,}05\times P$$

Donc il suffit de multiplier P par 1,05 pour l'augmenter de 5 %.

Après un siècle, la population sera :

$$P\times 1{,}05\times 1{,}05\times 1{,}05\times\ldots\times 1{,}05=P\times 1{,}05^{10}\simeq 1{,}63\times P\ .$$

Attention : 10 augmentations de 5 % ne font pas une augmentation de 50 % mais une augmentation d'environ 63 % !

Propriété

- pour augmenter une valeur de t %, il suffit de la multiplier par $1+\frac{t}{100}$
- pour diminuer une valeur de t %, il suffit de la multiplier par $1-\frac{t}{100}$.

Exemples 6 :

Augmenter de 50 % revient à multiplier par $1+\frac{50}{100}=1{,}5$.

Augmenter de 1 % revient à multiplier par $1+\frac{1}{100}=1{,}01$.

Diminuer de 20 % revient à multiplier par $1-\frac{20}{100}=0{,}8$.

Exemple 7 :

Un syndicat enseignant déclarait récemment que le pouvoir d'achat des enseignants a baissé de 20 % depuis l'an 2000 et qu'il faudrait donc augmenter leurs salaires de 20 %.

Diminuer de 20 % puis augmenter le résultat de 20 % revient à multiplier par

$\left(1-\frac{20}{100}\right)\times\left(1+\frac{20}{100}\right)=0,8\times1,2=0,96$: il reste encore 4 % de perte !

Attention : une réduction de 20 % suivie d'une augmentation de 20 % ne ramène pas à la valeur de départ ! En effet ce ne sont pas 20 % du même nombre…

Exercices

Hyperbole 33, 35, 32 page 265 ; 38, 42 page 266 ; 52, 54 page 267 ;

90 page 273

Question

Bob : Bonjour Alice, tu as l'air pensive.

Alice : je suis intéressée par un modèle d'ordinateur présent dans deux magasins.

Cet ordinateur coûte 30 % plus cher dans le second magasin par rapport au premier mais j'ai une carte de réduction de 30 % dans le second magasin.

Bob : Alors ça revient au même prix !

Que pensez-vous de l'affirmation de Bob ?

(d'après https://www.geogebra.org/m/nkbuxyr4)

2°) Évolution réciproque

Exemple 7 :

Un prix est, après réduction de 20 %, de 130 €. Quel était son prix initial ?

Réponse :

Il ne faut pas augmenter 130 € de 20 % pour retrouver le prix initial !

Réduire de 20 % revient à multiplier par 0,8 :

$$\text{Prix initial} \xrightarrow[\times\,0,8]{+\,20\,\%} \text{Nouveau prix}$$

il suffit donc ici de diviser le nouveau prix par 0,8 : 130 ÷ 0,8 = 162,5

Le prix initial était donc de 162,5 €.

Remarque : cherchons, dans cet exemple, le taux d'évolution réciproque. Comme diviser par 0,8 revient à multiplier par son inverse, calculons :

$$\frac{1}{0,8}=1,25$$

donc le taux d'évolution réciproque est de 25 % (autrement dit : pour annuler une réduction de 20 % il faut augmenter de 25 %).

Exercices

Hyperbole 10 page 263 ; 39 page 266 ; 57 page 267 ; 88, 84 page 273

60 page 267