Calcul littéral (2) – (In)équations et tableaux de signe

Y. Moncheaux

Février 2023

Table des matières

1. Équations du premier degré
2. Inéquations du premier degré
3. Équations produit ou quotient nul
   - Équations produit nul
   - Équations quotient nul
4. Inéquations produit ou quotient
   - Tableau de signe de $a\,x + b$
   - Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines
   - Application des tableaux de signe aux inéquations

Ne pas noter

Les (in)équations sont des traductions sous forme mathématique de problèmes de la vie courante ou de la vie professionnelle (exemple : construction, ingénierie, etc.).

Ne pas noter

Les (in)équations sont des traductions sous forme mathématique de problèmes de la vie courante ou de la vie professionnelle (exemple : construction, ingénierie, etc.).
La résolution de ces (in)équations permet alors d'apporter une solution aux problèmes rencontrés.

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »
La réponse est évidente : c'était des billets de 5 euros.

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »
La réponse est évidente : c'était des billets de 5 euros.
Mise en équation du problème :

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »
La réponse est évidente : c'était des billets de 5 euros.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x la valeur d'un billet ;

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »
La réponse est évidente : c'était des billets de 5 euros.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x la valeur d'un billet ;
- je traduis le problème en une équation : $3\,x = 15$;

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »
La réponse est évidente : c'était des billets de 5 euros.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x la valeur d'un billet ;
- je traduis le problème en une équation : $3\,x = 15$;
- je résous cette équation : $x = 15 \div 3 = 5$.

Ne pas noter

Un premier exemple simpliste :
« Johann prête trois billets de même valeur à Martin.
Une semaine plus tard, Martin rembourse 15 euros à Johann. De quelle sorte de billets s'agissait-il ? »
La réponse est évidente : c'était des billets de 5 euros.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x la valeur d'un billet ;
- je traduis le problème en une équation : $3\,x = 15$;
- je résous cette équation : $x = 15 \div 3 = 5$.

Pour éliminer la multiplication par 3, je divise par 3.

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »
La réponse est évidente : 4 cahiers.

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »
La réponse est évidente : 4 cahiers.
Mise en équation du problème :

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »
La réponse est évidente : 4 cahiers.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le nombre initial de cahiers ;

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »
La réponse est évidente : 4 cahiers.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le nombre initial de cahiers ;
- je traduis le problème en une équation : $x + 3 = 7$;

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »
La réponse est évidente : 4 cahiers.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le nombre initial de cahiers ;
- je traduis le problème en une équation : $x + 3 = 7$;
- je résous cette équation : $x = 7 - 3 = 4$.

Ne pas noter

Deuxième exemple simpliste :
« J'ai un certain nombre de cahiers dans mon sac. J'en rajoute 3, ce qui m'en fait 7. Combien de cahiers y avait-il au départ ? »
La réponse est évidente : 4 cahiers.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le nombre initial de cahiers ;
- je traduis le problème en une équation : $x + 3 = 7$;
- je résous cette équation : $x = 7 - 3 = 4$.

Pour éliminer l'addition par 3, je soustrais 3.

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »
La réponse est moins évidente.

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »
La réponse est moins évidente.
Mise en équation du problème :

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »
La réponse est moins évidente.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le côté inconnu ;

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »
La réponse est moins évidente.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le côté inconnu ;
- je traduis le problème en une équation : $2x + 6 = 17$;

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »
La réponse est moins évidente.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le côté inconnu ;
- je traduis le problème en une équation : $2x + 6 = 17$;
- je résous cette équation :
  $2x = 17 - 6 = 11$ (élimination du +6)

Ne pas noter

Exemple un peu plus compliqué :
« Avec 17 mètres de grillage, je souhaite délimiter un rectangle dont un des côtés mesure 3 mètres. Comment faire ? »
La réponse est moins évidente.
Mise en équation du problème :

- j'appelle x le côté inconnu ;
- je traduis le problème en une équation : $2\,x + 6 = 17$;
- je résous cette équation :
  $2\,x = 17 - 6 = 11$ (élimination du +6) puis $x = 11 \div 2 = 5,5$ (élimination du 2×).

Ne pas noter

Par analogie, imaginons un trésor protégé par un coffre, lui-même placé dans une pièce avec une porte sécurisée.

Ne pas noter

Par analogie, imaginons un trésor protégé par un coffre, lui-même placé dans une pièce avec une porte sécurisée.

Ne pas noter

Par analogie, imaginons un trésor protégé par un coffre, lui-même placé dans une pièce avec une porte sécurisée.

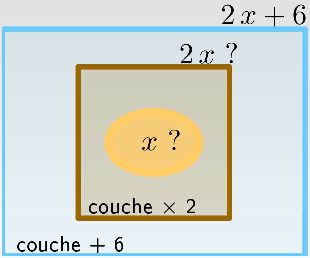
Pour accèder au trésor, il va falloir d'abord supprimer la sécurité sur la porte puis celle sur le coffre.

Ne pas noter

De même, pour résoudre une équation simple, il faut éliminer la dernière opération en premier.

Ne pas noter

De même, pour résoudre une équation simple, il faut éliminer la dernière opération en premier.
Par exemple, dans l'expression $2x + 6$, la première opération est la multiplication ($x \mapsto 2x$) suivie de l'addition ($2x \mapsto 2x + 6$), il faut donc se débarasser d'abord du $+6$ puis du $\times 2$.



Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

➫ équation du premier degré : $ax + b = cx + d$;

Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

➫ équation du premier degré : $ax + b = cx + d$;

➫ équation du second degré : qui se ramène à $ax^2 + bx + c = 0$;

Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

➩ équation du premier degré : $ax + b = cx + d$;

➩ équation du second degré : qui se ramène à $ax^2 + bx + c = 0$;

➩ équation du troisième degré : qui se ramène à $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$;

Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

➩ équation du premier degré : $ax + b = cx + d$;

➩ équation du second degré : qui se ramène à $ax^2 + bx + c = 0$;

➩ équation du troisième degré : qui se ramène à $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$;

➩ équation quotient : par exemple $\dfrac{3\,x - 1}{2\,x + 3} = 1$;

Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

➩ équation du premier degré : $ax + b = cx + d$;

➩ équation du second degré : qui se ramène à $ax^2 + bx + c = 0$;

➩ équation du troisième degré : qui se ramène à $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$;

➩ équation quotient : par exemple $\dfrac{3\,x - 1}{2\,x + 3} = 1$;

➩ équation trigonométrique : par exemple $\cos x = \dfrac{1}{2}$

Ne pas noter

Il existe toutes sortes d'équations, en voici quelques-unes :

➯ équation du premier degré : $ax + b = cx + d$;

➯ équation du second degré : qui se ramène à $ax^2 + bx + c = 0$;

➯ équation du troisième degré : qui se ramène à $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$;

➯ équation quotient : par exemple $\dfrac{3\,x - 1}{2\,x + 3} = 1$;

➯ équation trigonométrique : par exemple $\cos x = \dfrac{1}{2}$

et bien d'autres !

Ne pas noter

Implication. Équivalence.

Ne pas noter

Implication. Équivalence.

Une équivalence :

Ne pas noter

Implication. Équivalence.

Une équivalence :

« ABC est équilatéral » $\Longleftrightarrow$ « $AB = AC = BC$ »

Ne pas noter

Implication. Équivalence.

Une équivalence :

« ABC est équilatéral » $\iff$ « $AB = AC = BC$ »

Une implication :

« Jules est en seconde 2 » $\Rightarrow$ « Jules est en seconde ».

Ne pas noter

Implication. Équivalence.

Une équivalence :

« ABC est équilatéral » $\Longleftrightarrow$ « $AB = AC = BC$ »

Une implication :

« Jules est en seconde 2 » $\Rightarrow$ « Jules est en seconde ».

La réciproque est fausse :

Ne pas noter

Implication. Équivalence.

Une équivalence :

« ABC est équilatéral » $\Longleftrightarrow$ « $AB = AC = BC$ »

Une implication :

« Jules est en seconde 2 » $\Rightarrow$ « Jules est en seconde ».

La réciproque est fausse :

« Jules est en seconde » $\not\Rightarrow$ « Jules est en seconde 2 ».

Ne pas noter

Quand j'écris :
« Jules est en seconde 2 » $\Rightarrow$ « Jules est en seconde ».

Ne pas noter

Quand j'écris :
« Jules est en seconde 2 » $\Rightarrow$ « Jules est en seconde ».
je ne dis pas que Jules est en seconde 2.

Ne pas noter

Quand j'écris :
« Jules est en seconde 2 » $\Rightarrow$ « Jules est en seconde ».
je ne dis pas que Jules est en seconde 2.

Je dis que :
Si (je suis sûr que) Jules est en seconde 2 alors Jules est en seconde.

Ne pas noter

Autre exemple classique :
$x = 2 \Rightarrow \; x^2 = 4$

Ne pas noter

Autre exemple classique :

$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$

<u>mais</u>

$x^2 = 4 \not\Rightarrow x = 2$

Ne pas noter

Autre exemple classique :

$x = 2 \Rightarrow \ x^2 = 4$

<u>mais</u>

$x^2 = 4 \not\Rightarrow \ x = 2$

car x pourrait être égal à -2.

Ne pas noter

Autre exemple classique :
$x = 2 \Rightarrow\ x^2 = 4$
mais
$x^2 = 4 \not\Rightarrow\ x = 2$
car x pourrait être égal à -2.
Conclusion : $x^2 = 4 \ \not\Leftrightarrow\ x = 2$.

Ne pas noter

Autre exemple classique :
$x = 2 \Rightarrow \ x^2 = 4$
<u>mais</u>
$x^2 = 4 \not\Rightarrow \ x = 2$
car x pourrait être égal à -2.
Conclusion : $x^2 = 4 \ \not\Longleftrightarrow \ x = 2$.
En fait : $x^2 = 4 \iff x = 2$ ou $x = -2$.

I – Équations du premier degré

Exemple 1

-3 est-il solution de $-2x+5=10$?

I – Équations du premier degré

Exemple 1

-3 est-il solution de $-2x + 5 = 10$?

Réponse : si $x = -3$

I – Équations du premier degré

Exemple 1

-3 est-il solution de $-2x+5=10$?
Réponse : si $x=-3$ alors $-2\times(-3)+5=$

I – Équations du premier degré

Exemple 1

-3 est-il solution de $-2x+5=10$?

Réponse : si $x=-3$ alors $-2\times(-3)+5=6+5=11$

I – Équations du premier degré

Exemple 1

-3 est-il solution de $-2x+5=10$?
Réponse : si $x=-3$ alors $-2\times(-3)+5=6+5=11\neq 10$ donc -3 n'est pas solution de $-2x+5=10$.

Questions rapides (ne pas noter)

0 est-il solution de $-2x+5=3x-10$?

Questions rapides (ne pas noter)

0 est-il solution de $-2x + 5 = 3x - 10$?
Non car $-2 \times 0 + 5 = 5$ et $3 \times 0 - 10 = -10$ et $5 \neq -10$.

Questions rapides (ne pas noter)

0 est-il solution de $-2x + 5 = 3x - 10$?
Non car $-2 \times 0 + 5 = 5$ et $3 \times 0 - 10 = -10$ et $5 \neq -10$.

1 est-il solution de $x^5 + 2x - 3 = 0$?

Questions rapides (ne pas noter)

0 est-il solution de $-2x + 5 = 3x - 10$?
Non car $-2 \times 0 + 5 = 5$ et $3 \times 0 - 10 = -10$ et $5 \neq -10$.

1 est-il solution de $x^5 + 2x - 3 = 0$?
Oui car $1^5 + 2 \times 1 - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$.

Questions rapides (ne pas noter)

0 est-il solution de $-2x + 5 = 3x - 10$?
Non car $-2 \times 0 + 5 = 5$ et $3 \times 0 - 10 = -10$ et $5 \neq -10$.

1 est-il solution de $x^5 + 2x - 3 = 0$?
Oui car $1^5 + 2 \times 1 - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$.

-1 est-il solution de $x^2 - x = 0$?

Questions rapides (ne pas noter)

0 est-il solution de $-2x+5=3x-10$?
Non car $-2\times 0+5=5$ et $3\times 0-10=-10$ et $5\neq -10$.

1 est-il solution de $x^5+2x-3=0$?
Oui car $1^5+2\times 1-3=1+2-3=0$.

-1 est-il solution de $x^2-x=0$?
Non car $(-1)^2-(-1)=1+1=2\neq 0$.

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$4(2x+3) = 7(6-x)$$

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{array}{rrcl} & 4(2x+3) & = & 7(6-x) \\ \Longleftrightarrow & 8x+12 & = & 42-7x \end{array}$$

développ.

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{array}{rcl} 4(2x+3) & = & 7(6-x) \\ \iff \quad 8x+12 & = & 42-7x \\ \iff \quad 8x & = & 30-7x \end{array}$$

développ.

-12

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{array}{rcrcll}
 & & 4(2x+3) & = & 7(6-x) & \\
 & & & & & \text{dévelop.} \\
\iff & & 8x+12 & = & 42-7x & \\
 & & & & & -12 \\
\iff & & 8x & = & 30-7x & \\
 & & & & & +7x \\
\iff & & 15x & = & 30 &
\end{array}$$

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{aligned}
 & 4(2x+3) &= \;& 7(6-x) & \\
\iff & 8x+12 &= \;& 42-7x & \quad \text{dévelop.}\\
\iff & 8x &= \;& 30-7x & \quad -12\\
\iff & 15x &= \;& 30 & \quad +7x\\
\iff & x &= \;& \frac{30}{15} & \quad \div 15
\end{aligned}$$

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{aligned}
 & 4(2x+3) &&= 7(6-x) \\
\iff\ & 8x+12 &&= 42-7x && \text{dévelop.} \\
\iff\ & 8x &&= 30-7x && -12 \\
\iff\ & 15x &&= 30 && +7x \\
\iff\ & x &&= \frac{30}{15} && \div 15 \\
\iff\ & x &&= 2
\end{aligned}$$

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$
\begin{array}{rcrcl}
 & 4(2x+3) & = & 7(6-x) & \\
\iff & 8x+12 & = & 42-7x & \text{dévelop.} \\
\iff & 8x & = & 30-7x & -12 \\
\iff & 15x & = & 30 & +7x \\
 & & & & \div 15 \\
\iff & x & = & \dfrac{30}{15} & \\
\iff & x & = & 2 &
\end{array}
$$

Ensemble des solutions :

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{array}{rcl} 4(2x+3) & = & 7(6-x) \\ \iff 8x+12 & = & 42-7x \\ \iff 8x & = & 30-7x \\ \iff 15x & = & 30 \\ \iff x & = & \dfrac{30}{15} \\ \iff x & = & 2 \end{array}$$

développ.

-12

$+7x$

$\div 15$

Ensemble des solutions : $S =$

Exemple 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\begin{array}{rcl} 4(2x+3) & = & 7(6-x) \\ \iff \quad 8x+12 & = & 42-7x \\ \iff \quad 8x & = & 30-7x \\ \iff \quad 15x & = & 30 \\ \iff \quad x & = & \dfrac{30}{15} \\ \iff \quad x & = & 2 \end{array}$$

développ.

-12

$+7x$

$\div 15$

Ensemble des solutions : $S = \{2\}$.

Exemple 3

$$-\frac{2}{3}x+1 \quad = \quad 3+\frac{5x}{4}$$

Exemple 3

$$\begin{aligned} -\frac{2}{3}x+1 &= 3+\frac{5x}{4} \\ \iff \quad -\frac{2x}{3}-\frac{5x}{4} &= 3-1 \end{aligned}$$

Exemple 3

$$
\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3}x+1 && = && 3+\frac{5x}{4} \\
\iff & -\frac{2x}{3}-\frac{5x}{4} && = && 3-1 \\
\iff & -\frac{8x}{12}-\frac{15x}{12} && = && 2
\end{aligned}
$$

Exemple 3

$$
\begin{aligned}
& -\frac{2}{3}x+1 &=& \quad 3+\frac{5x}{4} \\
\Longleftrightarrow \quad & -\frac{2x}{3}-\frac{5x}{4} &=& \quad 3-1 \\
\Longleftrightarrow \quad & -\frac{8x}{12}-\frac{15x}{12} &=& \quad 2 \\
\Longleftrightarrow \quad & -\frac{23x}{12} &=& \quad 2
\end{aligned}
$$

Exemple 3

$$
\begin{array}{rrcl}
 & -\frac{2}{3}x+1 & = & 3+\frac{5x}{4} \\
\Longleftrightarrow & -\frac{2x}{3}-\frac{5x}{4} & = & 3-1 \\
\Longleftrightarrow & -\frac{8x}{12}-\frac{15x}{12} & = & 2 \\
\Longleftrightarrow & -\frac{23x}{12} & = & 2 \\
\Longleftrightarrow & -23x & = & 24
\end{array}
\quad \times 12
$$

Exemple 3

$$
\begin{array}{rrcl}
 & -\dfrac{2}{3}x+1 & = & 3+\dfrac{5x}{4} \\
\iff & -\dfrac{2x}{3}-\dfrac{5x}{4} & = & 3-1 \\
\iff & -\dfrac{8x}{12}-\dfrac{15x}{12} & = & 2 \\
\iff & -\dfrac{23x}{12} & = & 2 \quad \times 12 \\
\iff & -23x & = & 24 \quad \div(-23) \\
\iff & x & = & -\dfrac{24}{23}
\end{array}
$$

Exemple 3

$$
\begin{aligned}
& & -\frac{2}{3}x+1 &= 3+\frac{5x}{4} \\
&\Longleftrightarrow & -\frac{2x}{3}-\frac{5x}{4} &= 3-1 \\
&\Longleftrightarrow & -\frac{8x}{12}-\frac{15x}{12} &= 2 \\
&\Longleftrightarrow & -\frac{23x}{12} &= 2 \qquad \times 12 \\
&\Longleftrightarrow & -23x &= 24 \qquad \div(-23) \\
&\Longleftrightarrow & x &= -\frac{24}{23}
\end{aligned}
$$

$S =$

Exemple 3

$$
\begin{array}{rrcl}
 & -\dfrac{2}{3}x+1 & = & 3+\dfrac{5x}{4} \\
\iff & -\dfrac{2x}{3}-\dfrac{5x}{4} & = & 3-1 \\
\iff & -\dfrac{8x}{12}-\dfrac{15x}{12} & = & 2 \\
\iff & -\dfrac{23x}{12} & = & 2 \quad \times 12 \\
\iff & -23x & = & 24 \quad \div(-23) \\
\iff & x & = & -\dfrac{24}{23}
\end{array}
$$

$S=\left\{-\dfrac{24}{23}\right\}$.

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$2x - 7 = x + 6$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$2x - 7 = x + 6$
$x = 13$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$2x - 7 = x + 6$$
$$x = 13$$

$$5 + 3x = x - 1$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$2x - 7 = x + 6$
$x = 13$

$5 + 3x = x - 1$
$6 = 2x$ donc $x = 3$.

Partie exercices

Exercices 68, 71, 72 page 99.

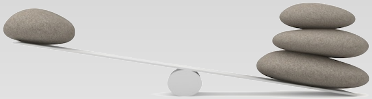
II – Inéquations du premier degré

Ne pas noter

$1 < 3$ est une **inégalité**

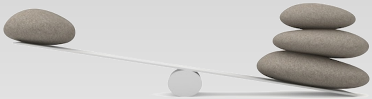
Ne pas noter

Ne pas noter



Que se passe-t-il quand j'ajoute un même poids des deux côtés de la balance ?

Ne pas noter



Que se passe-t-il quand j'ajoute un même poids des deux côtés de la balance ?
Que se passe-t-il quand je retire un même poids des deux côtés de la balance ?

Ne pas noter

Règle 1 :

Ne pas noter

Règle 1 :
Ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inégalité ne change pas le sens de celle-ci.

Ne pas noter

Règle 1 :
Ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inégalité ne change pas le sens de celle-ci.

Exemple 4

$2 < 5$ donc $2+3 < 5+3$ et $2-4 < 5-4$.

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 :

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2\times 3 < 6\times 3$ car $6 < 18$;

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2 \times 3 < 6 \times 3$ car $6 < 18$;

si vous divisez par 2 :

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2 \times 3 < 6 \times 3$ car $6 < 18$;

si vous divisez par 2 : $2 \div 2 < 6 \div 2$ car $1 < 3$;

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2{\times}3 < 6{\times}3$ car $6 < 18$;

si vous divisez par 2 : $2{\div}2 < 6{\div}2$ car $1 < 3$;

si vous multipliez par -3 :

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2\times 3 < 6\times 3$ car $6 < 18$;

si vous divisez par 2 : $2\div 2 < 6\div 2$ car $1 < 3$;

si vous multipliez par -3 : $2\times(-3) > 6\times(-3)$ car $-6 > -18$;

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2 \times 3 < 6 \times 3$ car $6 < 18$;

si vous divisez par 2 : $2 \div 2 < 6 \div 2$ car $1 < 3$;

si vous multipliez par -3 : $2 \times (-3) > 6 \times (-3)$ car $-6 > -18$;

si vous divisez par -2 :

Ne pas noter

Maintenant, quel est l'effet des multiplications et des divisions ?

Par exemple, vous savez que $2 < 6$.

si vous multipliez par 3 : $2\times 3 < 6\times 3$ car $6 < 18$;

si vous divisez par 2 : $2\div 2 < 6\div 2$ car $1 < 3$;

si vous multipliez par -3 : $2\times(-3) > 6\times(-3)$ car $-6 > -18$;

si vous divisez par -2 : $2\div(-2) > 6\div(-2)$ car $-1 > -3$;

Ne pas noter

Règle 2 :

Ne pas noter

Règle 2 :
Multiplier ou diviser par un nombre positif ne change pas le sens des inégalités.

Ne pas noter

Règle 2 :
Multiplier ou diviser par un nombre positif ne change pas le sens des inégalités.

Règle 3 :

Ne pas noter

Règle 2 :
Multiplier ou diviser par un nombre positif ne change pas le sens des inégalités.

Règle 3 :
Multiplier ou diviser par un nombre négatif change le sens des inégalités. ⚠

Ne pas noter

Règle 2 :
Multiplier ou diviser par un nombre positif ne change pas le sens des inégalités.

Règle 3 :
Multiplier ou diviser par un nombre négatif change le sens des inégalités.

Exemple 5

$3 < 5$ mais $3\times(-3) > 5\times(-3)$ et $3\div(-3) > 5\div(-3)$.

Propriétés

Soient a, b et c trois nombres.

Propriétés

Soient a, b et c trois nombres.

- $a \leqslant b \Rightarrow a + c \leqslant b + c$

Propriétés

Soient a, b et c trois nombres.

- $a \leqslant b \Rightarrow a + c \leqslant b + c$
- si $c \geqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow a \times c \leqslant b \times c$

Propriétés

Soient a, b et c trois nombres.

- $a \leqslant b \Rightarrow \ a + c \leqslant b + c$
- si $c \geqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow \ a \times c \leqslant b \times c$
- si $c \leqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow \ a \times c \geqslant b \times c$

Propriétés

Soient a, b et c trois nombres.

- $a \leqslant b \Rightarrow a + c \leqslant b + c$
- si $c \geqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow a \times c \leqslant b \times c$
- si $c \leqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow a \times c \geqslant b \times c$
- si $c > 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow \dfrac{a}{c} \leqslant \dfrac{b}{c}$

Propriétés

Soient a, b et c trois nombres.

- $a \leqslant b \Rightarrow a + c \leqslant b + c$
- si $c \geqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow a \times c \leqslant b \times c$
- si $c \leqslant 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow a \times c \geqslant b \times c$
- si $c > 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow \dfrac{a}{c} \leqslant \dfrac{b}{c}$
- si $c < 0$ alors $a \leqslant b \Rightarrow \dfrac{a}{c} \geqslant \dfrac{b}{c}$

Ne pas noter

Ne pas noter

➩ résoudre une **inéquation**, par exemple $2x + 1 > 3$, signifie trouver tous les x vérifiant l'inégalité $2x + 1 > 3$.

Ne pas noter

➩ résoudre une **inéquation**, par exemple $2x + 1 > 3$, signifie trouver tous les x vérifiant l'inégalité $2x + 1 > 3$.

➩ les équations n'ont souvent que quelques solutions mais il y a en général une infinité de solutions pour une inéquation.

Ne pas noter

➯ résoudre une **inéquation**, par exemple $2x+1>3$, signifie trouver tous les x vérifiant l'inégalité $2x+1>3$.

➯ les équations n'ont souvent que quelques solutions mais il y a en général une infinité de solutions pour une inéquation.

Par exemple, il n'y a qu'un nombre x vérifiant $x=2$ (c'est 2) mais il y a une infinité de nombres x vérifiant $x<2$;

Ne pas noter

➩ résoudre une **inéquation**, par exemple $2x + 1 > 3$, signifie trouver tous les x vérifiant l'inégalité $2x + 1 > 3$.

➩ les équations n'ont souvent que quelques solutions mais il y a en général une infinité de solutions pour une inéquation.

Par exemple, il n'y a qu'un nombre x vérifiant $x = 2$ (c'est 2) mais il y a une infinité de nombres x vérifiant $x < 2$;

➩ en général ces solutions sont regroupées dans des intervalles ;

Ne pas noter

➾ résoudre une **inéquation**, par exemple $2x+1>3$, signifie trouver tous les x vérifiant l'inégalité $2x+1>3$.

➾ les équations n'ont souvent que quelques solutions mais il y a en général une infinité de solutions pour une inéquation.

Par exemple, il n'y a qu'un nombre x vérifiant $x=2$ (c'est 2) mais il y a une infinité de nombres x vérifiant $x<2$;

➾ en général ces solutions sont regroupées dans des intervalles ;

➾ l'ensemble de ces solutions est noté S.

Questions rapides (ne pas noter)

3 est-il solution de $-2x+5 \geqslant 0$?

Questions rapides (ne pas noter)

3 est-il solution de $-2x + 5 \geqslant 0$?
Non car $-2 \times 3 + 5 = -1 < 0$.

Questions rapides (ne pas noter)

3 est-il solution de $-2x + 5 \geqslant 0$?
Non car $-2 \times 3 + 5 = -1 < 0$.

0 est-il solution de $-2x + 5 \geqslant 3x - 10$?

Questions rapides (ne pas noter)

3 est-il solution de $-2x+5 \geqslant 0$?
Non car $-2 \times 3 + 5 = -1 < 0$.

0 est-il solution de $-2x+5 \geqslant 3x-10$?
Oui car $-2 \times 0 + 5 = 5$; $3 \times 0 - 10 = -10$ et $5 \geq -10$.

Ne pas noter

Les inéquations du premier degré s'écrivent (ou se ramènent à) $ax + b \ldots cx + d$ (où $\ldots$ est $<$ ou $>$ ou $\leqslant$ ou $\geqslant$).

Ne pas noter

Les inéquations du premier degré s'écrivent (ou se ramènent à) $ax + b \ldots cx + d$ (où $\ldots$ est $<$ ou $>$ ou $\leqslant$ ou $\geqslant$).

Elles se résolvent à l'aide des quatre opérations : $+$; $-$; $\times$ et $\div$.

Exemple 6

$$3x + 4 \geqslant -2 + 5x$$

Exemple 6

$$\begin{aligned} & 3x+4 \geqslant -2+5x \\ \iff & 3x \geqslant -6+5x \end{aligned} \quad -4$$

Exemple 6

$$
\begin{array}{rcccl}
 & 3x+4 & \geqslant & -2+5x & \\
\iff & 3x & \geqslant & -6+5x & -4 \\
\iff & -2x & \geqslant & -6 & -5x
\end{array}
$$

Exemple 6

$$
\begin{array}{rcrcl}
 & 3x+4 & \geqslant & -2+5x & \\
\Longleftrightarrow & 3x & \geqslant & -6+5x & -4 \\
\Longleftrightarrow & -2x & \geqslant & -6 & -5x \\
 & & & & \div(-2) \\
\Longleftrightarrow & x & \leqslant & \dfrac{-6}{-2} &
\end{array}
$$

Exemple 6

$$
\begin{array}{rccc}
 & 3x+4 & \geqslant & -2+5x \\
\iff & 3x & \color{blue}{\geqslant} & -6+5x \\
\iff & -2x & \color{blue}{\geqslant} & -6 \\
\iff & x & \color{red}{\leqslant} & \dfrac{-6}{-2} \\
\iff & x & \color{blue}{\leqslant} & 3
\end{array}
$$

-4

$-5x$

$\color{red}{\div(-2)}$

Exemple 6

$$\begin{array}{rccl}
 & 3x+4 & \geqslant & -2+5x \\
\iff & 3x & \geqslant & -6+5x \\
\iff & -2x & \geqslant & -6 \\
\iff & x & \leqslant & \dfrac{-6}{-2} \\
\iff & x & \leqslant & 3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
-4 \\
-5x \\
\div(-2)
\end{array}$$

$S =$

Exemple 6

$$\begin{array}{rrcl}
 & 3x+4 & \geqslant & -2+5x \\
\Longleftrightarrow & 3x & \geqslant & -6+5x \\
\Longleftrightarrow & -2x & \geqslant & -6 \\
\Longleftrightarrow & x & \leqslant & \dfrac{-6}{-2} \\
\Longleftrightarrow & x & \leqslant & 3
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
-4 \\
-5x \\
\div(-2)
\end{array}$$

$S = \,]-\infty\,;\,3].$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$2x - 7 < x - 6$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$2x - 7 < x - 6$

$2x - x < -6 + 7$ donc $x < 1$ d'où $S = \ ]-\infty\,;1[$.

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$2x - 7 < x - 6$

$2x - x < -6 + 7$ donc $x < 1$ d'où $S = \ ]-\infty\,;\,1[$.

Résoudre mentalement :

$x + 3 \leqslant 2x - 4$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$2x - 7 < x - 6$

$2x - x < -6 + 7$ donc $x < 1$ d'où $S = \,]-\infty\,;\,1\,[$.

Résoudre mentalement :

$x + 3 \leqslant 2x - 4$

$-x \leqslant -7$ donc $x \geqslant 7$ d'où $S = [\,7\,;\,+\infty\,[$.

Partie exercices

Exercices 50, 51 page 98 ; 73 page 99

III - Équations produit ou quotient nul

1°) Équations produit nul

Propriété

$A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple 7

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $(x+1)(x-2) = 0$.

III - Équations produit ou quotient nul

1°) Équations produit nul

Propriété

$A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple 7

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $(x+1)(x-2) = 0$.

$(x+1)(x-2) = 0 \iff x+1 = 0$ ou $x-2 = 0$

$\iff x = -1$ ou $x = 2$.

III - Équations produit ou quotient nul

1°) Équations produit nul

Propriété

$A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple 7

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $(x+1)(x-2) = 0$.

$(x+1)(x-2) = 0 \iff x+1 = 0$ ou $x-2 = 0$

$\iff x = -1$ ou $x = 2$.

Donc $S = \{-1; 2\}$.

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$(x-1)(x+3)=0$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$(x - 1)(x + 3) = 0$

$S = \{1; -3\}$.

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$(x-1)(x+3)=0$
$S=\{1;-3\}$.

Résoudre mentalement :

$(2\,x+1)(3\,x-2)(x+5)=0$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$(x-1)(x+3)=0$$
$$S=\{1;-3\}.$$

Résoudre mentalement :

$$(2\,x+1)(3\,x-2)(x+5)=0$$
$$S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{2}{3};-5\right\}.$$

Ne pas noter

Attention, la règle n'est vraie qu'avec un produit nul, pas avec une somme, une différence ou un quotient nul. Par exemple, pour une somme : $A + B = 0 \not\Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$

Ne pas noter

Attention, la règle n'est vraie qu'avec un produit nul, pas avec une somme, une différence ou un quotient nul. Par exemple, pour une somme : $A + B = 0 \not\Longleftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$
En effet, on peut avoir $A + B = 0$ sans que $A = 0$ ni que $B = 0$, par exemple : $4 + (-4) = 0$.

Ne pas noter

Attention, la règle n'est vraie qu'avec un produit nul, pas avec une somme, une différence ou un quotient nul. Par exemple, pour une somme : $A + B = 0 \not\Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$
En effet, on peut avoir $A + B = 0$ sans que $A = 0$ ni que $B = 0$, par exemple : $4 + (-4) = 0$.
Ainsi, par exemple : $x^2 + 3x = 0$ ne donne pas $x^2 = 0$ ou $3x = 0$!

Ne pas noter

Attention, la règle ne marche qu'avec un produit égal à 0. Par exemple : $A \times B = 2 \not\Leftrightarrow A = 2$ ou $B = 2$

Ne pas noter

Attention, la règle ne marche qu'avec un produit égal à 0. Par exemple : $A \times B = 2 \not\Longleftrightarrow A = 2$ ou $B = 2$
En effet, on peut avoir $A \times B = 2$ sans que $A = 2$ ni que $B = 2$, par exemple : $4 \times 0,5 = 2$.

Ne pas noter

Attention, la règle ne marche qu'avec un produit égal à 0. Par exemple : $A \times B = 2 \not\Longleftrightarrow A = 2$ ou $B = 2$
En effet, on peut avoir $A \times B = 2$ sans que $A = 2$ ni que $B = 2$, par exemple : $4 \times 0,5 = 2$.
Ainsi, par exemple : $(x+1)(x-2) = 2$ ne donne pas $x + 1 = 2$ ou $x - 2 = 2$!

Ne pas noter

Pour les équations de degré 2 ou plus, il est parfois utile d'appliquer la méthode suivante :

Ne pas noter

Pour les équations de degré 2 ou plus, il est parfois utile d'appliquer la méthode suivante :

- regrouper tous les termes à gauche (ou à droite !) ;

Ne pas noter

Pour les équations de degré 2 ou plus, il est parfois utile d'appliquer la méthode suivante :

- regrouper tous les termes à gauche (ou à droite !) ;
- factoriser ;

Ne pas noter

Pour les équations de degré 2 ou plus, il est parfois utile d'appliquer la méthode suivante :

- regrouper tous les termes à gauche (ou à droite !) ;
- factoriser ;
- appliquer la règle du produit nul.

Ne pas noter

Pour les équations de degré 2 ou plus, il est parfois utile d'appliquer la méthode suivante :

- regrouper tous les termes à gauche (ou à droite !) ;
- factoriser ;
- appliquer la règle du produit nul.

Attention : la résolution ne se fait pas comme celle des équations du premier degré !

Exemple 8

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 5x$.

Ne pas noter

Dans l'équation précédente, il est tentant de diviser par x et d'écrire $x^2 = 5x \iff x = 5$.

Ne pas noter

Dans l'équation précédente, il est tentant de diviser par x et d'écrire $x^2 = 5x \iff x = 5$.
Ceci est totalement faux ; en effet, l'équation $x^2 = 5x$ a deux solutions (0 et 5) tandis que $x = 5$ n'a qu'une solution.

Ne pas noter

Dans l'équation précédente, il est tentant de diviser par x et d'écrire $x^2 = 5x \iff x = 5$.
Ceci est totalement faux ; en effet, l'équation $x^2 = 5x$ a deux solutions (0 et 5) tandis que $x = 5$ n'a qu'une solution.
On ne peut pas diviser par x car il peut être égal à 0 !

Exemple 9

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 7$ (deux rédactions possibles).

Exemple 10

Résoudre sur $[-2\,;\,2]$ l'équation : $x^2 - 9 = 2x - 6$

Exemple 11

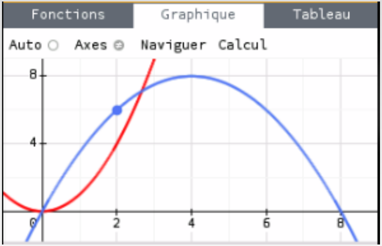
Résoudre sur $[0\,;\,8]$ l'équation : $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$.

Ne pas noter

Pour vérifier que j'ai bien trouvé les solutions de $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$, je peux tracer les courbes des fonctions définies sur $[\,0\,;\,8\,]$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = \dfrac{(8-x)x}{2}$:

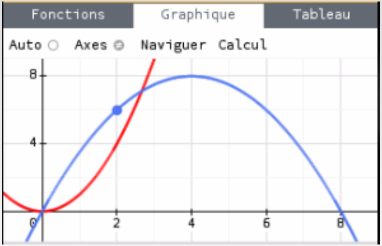
Ne pas noter

Pour vérifier que j'ai bien trouvé les solutions de $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$, je peux tracer les courbes des fonctions définies sur $[\,0\;;\;8\,]$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = \dfrac{(8-x)x}{2}$:



Ne pas noter

Pour vérifier que j'ai bien trouvé les solutions de $x^2 = \dfrac{(8-x)x}{2}$, je peux tracer les courbes des fonctions définies sur $[0\,;\,8]$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = \dfrac{(8-x)x}{2}$:



Les solutions semblent bien être 0 et environ 2,33.

Exemple 12

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $2x - 1 - (2x - 1)(x - 3) = 0$

Partie exercices

Exercices 23, 30 page 96 ; 37 page 97 ; 93 page 105 ; 88 page 104

2°) Équations quotient nul

Propriété

$\dfrac{A}{B} = 0 \iff A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple 13

Résoudre $\dfrac{x+1}{x-2} = 0$.

2°) Équations quotient nul

Propriété

$\dfrac{A}{B} = 0 \iff A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple 13

Résoudre $\dfrac{x+1}{x-2} = 0$.

$\dfrac{x+1}{x-2} = 0 \iff x+1 = 0$ et $x-2 \neq 0 \iff x = -1$ et $x \neq 2$.

2°) Équations quotient nul

Propriété

$\dfrac{A}{B} = 0 \iff A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple 13

Résoudre $\dfrac{x+1}{x-2} = 0$.

$\dfrac{x+1}{x-2} = 0 \iff x+1 = 0$ et $x-2 \neq 0 \iff x = -1$ et $x \neq 2$.

Donc $S = \{-1\}$.

Le nombre 2 est une valeur interdite pour l'expression $\dfrac{x+1}{x-2}$.

En effet, il est impossible de remplacer x par 2 (division par 0).

Ne pas noter

Bien sûr, une valeur interdite ne peut pas être solution de l'équation.

Ne pas noter

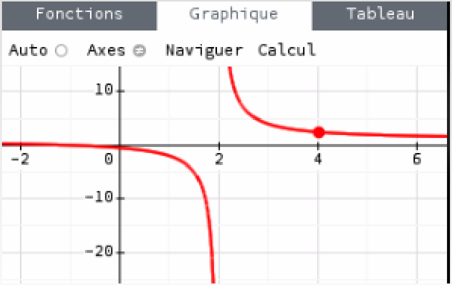
Bien sûr, une valeur interdite ne peut pas être solution de l'équation.

Souvent, une valeur interdite apparaît comme une coupure dans la courbe, par exemple avec $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$:

Ne pas noter

Bien sûr, une valeur interdite ne peut pas être solution de l'équation.

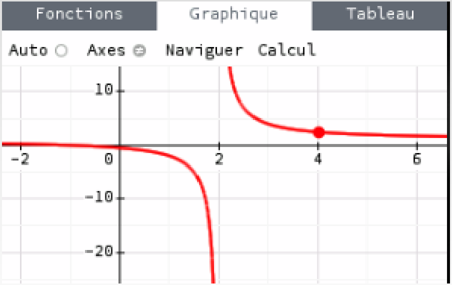
Souvent, une valeur interdite apparaît comme une coupure dans la courbe, par exemple avec $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$:



Ne pas noter

Bien sûr, une valeur interdite ne peut pas être solution de l'équation.

Souvent, une valeur interdite apparaît comme une coupure dans la courbe, par exemple avec $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$:



Observez qu'il n'y a pas de point d'abscisse 2 sur la courbe.

Exemple 14

Résoudre $\dfrac{x^2-9}{x-3}=0$.

Exemple 14

Résoudre $\dfrac{x^2-9}{x-3} = 0$.

$\dfrac{x^2-9}{x-3} = 0 \iff x^2 - 9 = 0$ et $x - 3 \neq 0$

Exemple 14

Résoudre $\dfrac{x^2-9}{x-3}=0$.

$\dfrac{x^2-9}{x-3}=0 \iff x^2-9=0$ et $x-3\neq 0$

$\iff x^2=9$ et $x\neq 3$

Exemple 14

Résoudre $\dfrac{x^2-9}{x-3}=0$.

$$\frac{x^2-9}{x-3}=0 \iff x^2-9=0 \text{ et } x-3\neq 0$$

$$\iff x^2=9 \text{ et } x\neq 3$$

$$\iff x^2=-3 \text{ ou } x=3 \text{ et } x\neq 3.$$

Exemple 14

Résoudre $\dfrac{x^2-9}{x-3}=0$.

$\dfrac{x^2-9}{x-3}=0 \iff x^2-9=0$ et $x-3\neq 0$

$\iff x^2=9$ et $x\neq 3$

$\iff x^2=-3$ ou $x=3$ et $x\neq 3$.

Comme 3 est ici une valeur interdite, seule -3 est solution donc $S=\{-3\}$.

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$\frac{x-4}{x+1} = 0$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$\frac{x-4}{x+1} = 0$$

$S = \{4\}$.

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$\frac{x-4}{x+1}=0$$

$S=\{4\}$.

Résoudre mentalement :

$$\frac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$\frac{x-4}{x+1}=0$$
$S=\{4\}$.

Résoudre mentalement :

$$\frac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$$
$S=\{2;6\}$.

Résoudre mentalement :

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$\frac{x-4}{x+1}=0$$

$S=\{4\}$.

Résoudre mentalement :

$$\frac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$$

$S=\{2;6\}$.

Résoudre mentalement :

$$\frac{(x-5)(2-x)(4\,x+1)}{2\,x-4}=0$$

Questions rapides (ne pas noter)

Résoudre mentalement :

$$\frac{x-4}{x+1}=0$$

$S=\{4\}$.

Résoudre mentalement :

$$\frac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$$

$S=\{2;6\}$.

Résoudre mentalement :

$$\frac{(x-5)(2-x)(4\,x+1)}{2\,x-4}=0$$

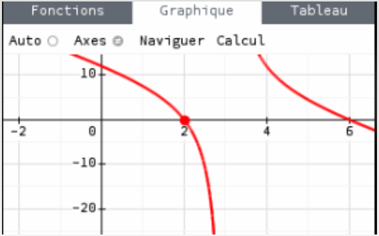
$S=\left\{5;-\frac{1}{4}\right\}$.

Ne pas noter

Pour vérifier que j'ai bien trouvé les solutions de $\dfrac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$, je peux tracer la courbe de la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $f(x)=\dfrac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}$:

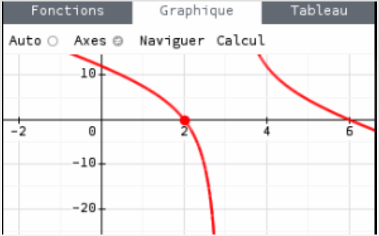
Ne pas noter

Pour vérifier que j'ai bien trouvé les solutions de $\dfrac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$, je peux tracer la courbe de la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $f(x)=\dfrac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}$:



Ne pas noter

Pour vérifier que j'ai bien trouvé les solutions de $\dfrac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}=0$, je peux tracer la courbe de la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par $f(x)=\dfrac{(3\,x-6)(6-x)}{x-3}$:



Les solutions semblent bien être 2 et 6.

Partie exercices

Exercices 25 page 96 ; 92 page 105

IV - Inéquations produit ou quotient

1) Tableau de signe de $a\,x+b$

Ne pas noter

Un exemple : je surveille mon argent pendant 30 mois.

Ne pas noter

Un exemple : je surveille mon argent pendant 30 mois.

– j'ai au départ : 85 € ;

Ne pas noter

Un exemple : je surveille mon argent pendant 30 mois.
– j'ai au départ : 85 € ;
– tous les mois je dépense 6 €.

Ne pas noter

Un exemple : je surveille mon argent pendant 30 mois.

– j'ai au départ : 85 € ;
– tous les mois je dépense 6 €.

Que va-t-il se passer ?

Ne pas noter

Un exemple : je surveille mon argent pendant 30 mois.
– j'ai au départ : 85 € ;
– tous les mois je dépense 6 €.

Que va-t-il se passer ?
– mes économies vont diminuer ;

Ne pas noter

Un exemple : je surveille mon argent pendant 30 mois.
– j'ai au départ : 85 € ;
– tous les mois je dépense 6 €.

Que va-t-il se passer ?
– mes économies vont diminuer ;
– je vais finir par être endetté si je continue !

Ne pas noter

Ainsi :

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85 - 2 \times 6 = 73$ € ;

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85-2\times 6=73$ € ;
après dix mois, il me reste

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85 - 2 \times 6 = 73$ € ;
après dix mois, il me reste $85 - 10 \times 6 = 25$ € ;

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85-2\times 6=73$ € ;
après dix mois, il me reste $85-10\times 6=25$ € ;
après vingt mois, « il me reste »

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85-2\times 6=73$ € ;
après dix mois, il me reste $85-10\times 6=25$ € ;
après vingt mois, « il me reste » $85-20\times 6=-35$ € ;

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85-2\times 6=73$ € ;
après dix mois, il me reste $85-10\times 6=25$ € ;
après vingt mois, « il me reste » $85-20\times 6=-35$ € ;
après trente mois, « il me reste »

Ne pas noter

Ainsi :
après deux mois, il me reste $85-2\times 6=73$ € ;
après dix mois, il me reste $85-10\times 6=25$ € ;
après vingt mois, « il me reste » $85-20\times 6=-35$ € ;
après trente mois, « il me reste » $85-30\times 6=-95$ €.
Au départ, mes économies « sont positives », à la fin elles « sont négatives ».

Ne pas noter

Si je note :

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors $f(x) =$

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors $f(x) = 85 -$

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors $f(x) = 85 - 6x$

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors $f(x) = 85 - 6x = -6x + 85$.

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors $f(x) = 85 - 6x = -6x + 85$.

f est une fonction affine : $f(x) = ax + b$ avec $a = -6$ et $b = 85$.

Ne pas noter

Si je note :
x le nombre de mois écoulés ;
$f(x)$ le montant de mes économies
alors $f(x) = 85 - 6x = -6x + 85$.

f est une fonction affine : $f(x) = ax + b$ avec $a = -6$ et $b = 85$.

Et on peut conjecturer que $f(x)$ est d'abord positive puis négative.

Ne pas noter

x	0	2	10	20	30
$-6x+85$	85	73	25	-35	-95

Ne pas noter

x	0	2	10	20	30
$-6x + 85$	85	73	25	-35	-95

$f(x) = -6x + 85$ est d'abord positif puis négatif.

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :

– j'ai au départ une dette de 85 € ;

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :

– j'ai au départ une dette de 85 € ;

– tous les mois je gagne 6 €.

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :
– j'ai au départ une dette de 85 € ;
– tous les mois je gagne 6 €.

Que va-t-il se passer ?

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :

– j'ai au départ une dette de 85 € ;

– tous les mois je gagne 6 €.

Que va-t-il se passer ?

– mes économies vont augmenter ;

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :

– j'ai au départ une dette de 85 € ;

– tous les mois je gagne 6 €.

Que va-t-il se passer ?

– mes économies vont augmenter ;

– je ne serais plus endetté à partir d'un certain moment.

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :
– j'ai au départ une dette de 85 € ;
– tous les mois je gagne 6 €.

Que va-t-il se passer ?
– mes économies vont augmenter ;
– je ne serais plus endetté à partir d'un certain moment.

x	0	2	10	20	30
$6x - 85$	-85	-73	-25	35	95

Ne pas noter

Si j'inverse la situation :
– j'ai au départ une dette de 85 € ;
– tous les mois je gagne 6 €.

Que va-t-il se passer ?
– mes économies vont augmenter ;
– je ne serais plus endetté à partir d'un certain moment.

x	0	2	10	20	30
$6x-85$	-85	-73	-25	35	95

Si $f(x) = 6x - 85$ alors f semble être d'abord négative puis positive.

Ne pas noter

La position des signes (d'abord $+$ puis $-$ ou le contraire) ne dépend que du fait que je dépense ou que je gagne de l'argent donc du signe de a (exemple : $a=-6$ ou $a=6$).

Ne pas noter

Trois questions se posent :

Ne pas noter

Trois questions se posent :

– dans quel cas commence-t-on d'abord par + ?

Ne pas noter

Trois questions se posent :
– dans quel cas commence-t-on d'abord par $+$?
– n'y a-t-il qu'un changement de signe ?

Ne pas noter

Trois questions se posent :

– dans quel cas commence-t-on d'abord par $+$?

– n'y a-t-il qu'un changement de signe ?

– pour quel x ce changement se fait-il ?

Ne pas noter

Rappels :

Ⓓ Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\boxed{f(x) = ax + b}$ (où a et b sont des constantes) est une fonction affine.

Ne pas noter

Rappels :

Ⓓ Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\boxed{f(x) = ax + b}$ (où a et b sont des constantes) est une fonction affine.

Propriété

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

Ne pas noter

Rappels :

Ⓓ Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\boxed{f(x) = ax + b}$ (où a et b sont des constantes) est une fonction affine.

Propriété

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.
Si $a \geqslant 0$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Ne pas noter

Rappels :

Ⓓ Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\boxed{f(x) = ax + b}$ (où a et b sont des constantes) est une fonction affine.

Propriété

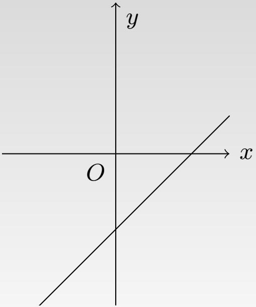
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.
Si $a \geqslant 0$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.
Si $a \leqslant 0$ alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Nous définirons plus tard la (dé)croissance d'une fonction.

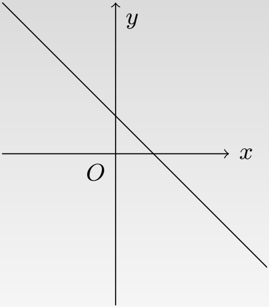
Ne pas noter

Retenir les deux cas :

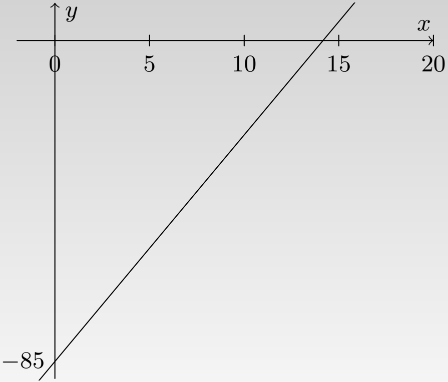
$a > 0$



$a < 0$

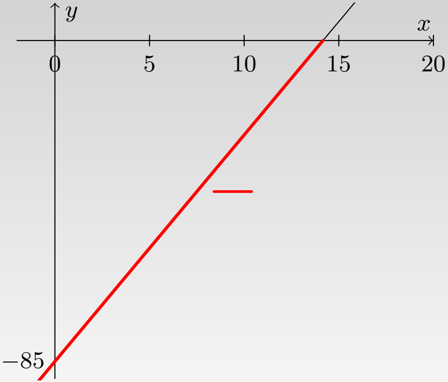


Ne pas noter



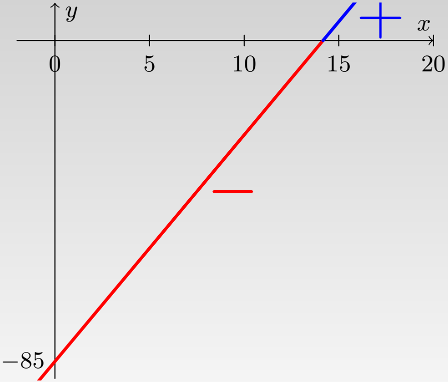
Cas de $f(x) = 6x - 85$.

Ne pas noter



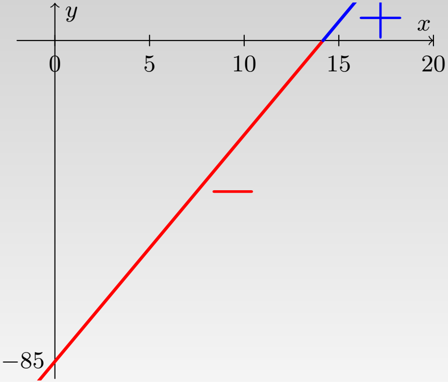
Cas de $f(x) = 6x - 85$.

Ne pas noter



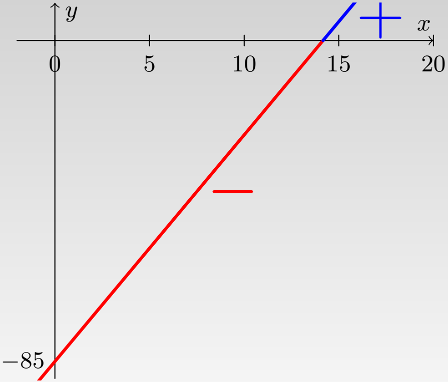
Cas de $f(x) = 6x - 85$.

Ne pas noter



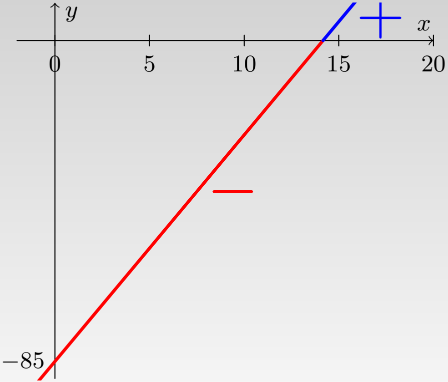
Cas de $f(x) = 6x - 85$.
$a = 6$ est positif

Ne pas noter



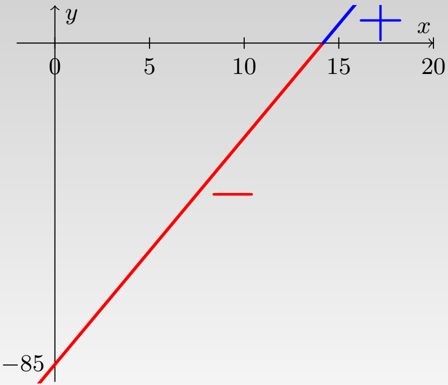
Cas de $f(x) = 6x - 85$.
$a = 6$ est positif
donc f est croissante.

Ne pas noter



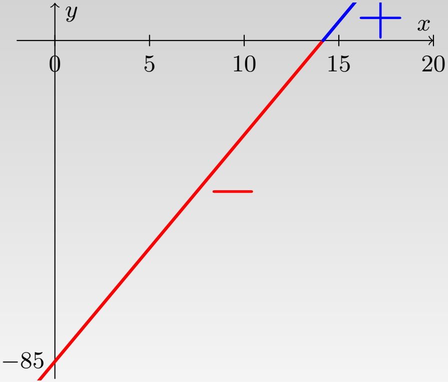
Cas de $f(x) = 6x - 85$.
$a = 6$ est positif
donc f est croissante.
Le signe de a est à droite
(à la fin).

Ne pas noter



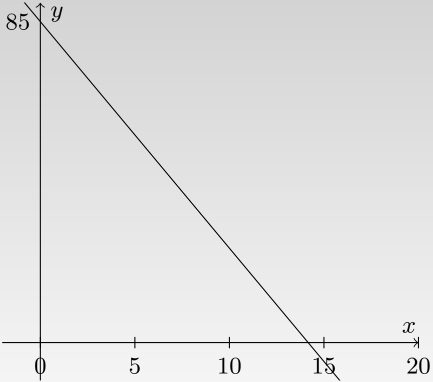
Cas de $f(x) = 6x - 85$.
$a = 6$ est positif
donc f est croissante.
Le signe de a est à droite
(à la fin).
Le changement de signe se
fait quand $6x - 85 = 0$

Ne pas noter



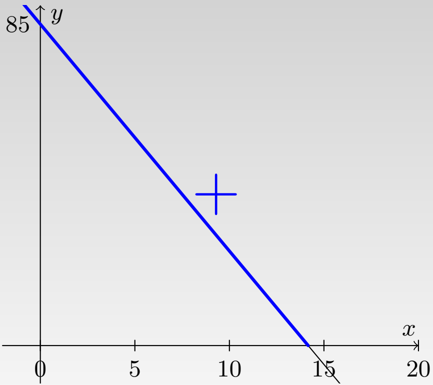
Cas de $f(x)=6x-85$.
$a=6$ est positif
donc f est croissante.
Le signe de a est à droite (à la fin).
Le changement de signe se fait quand $6x-85=0$
donc quand
$x=85/6\simeq 14,17$.

Ne pas noter



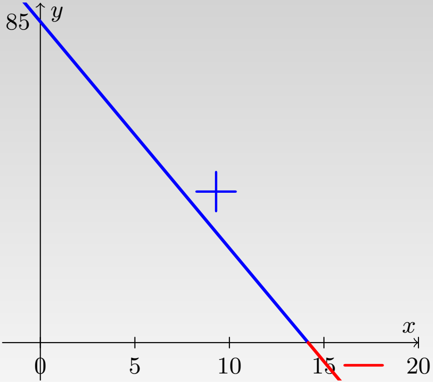
Cas de $g(x) = -6x + 85$.

Ne pas noter



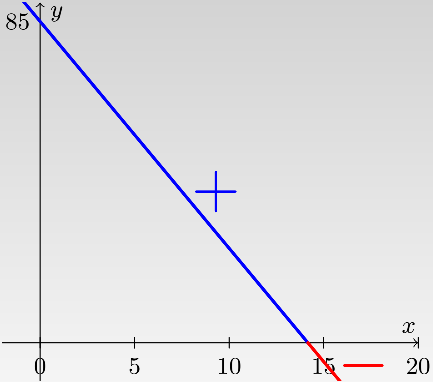
Cas de $g(x) = -6x + 85$.

Ne pas noter



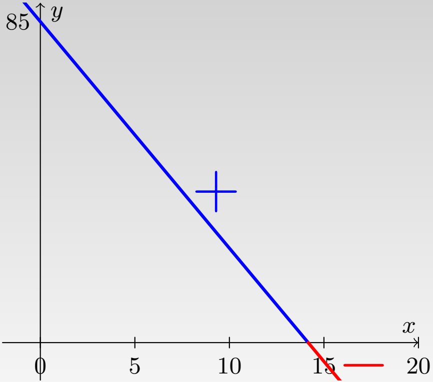
Cas de $g(x) = -6x + 85$.

Ne pas noter



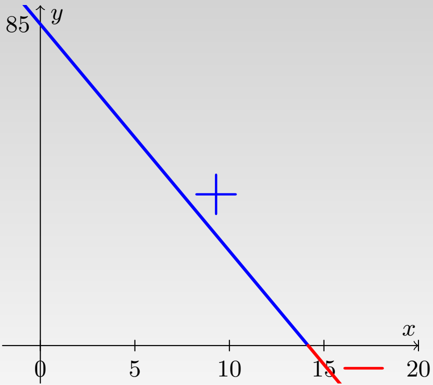
Cas de $g(x) = -6x + 85$.
$a = -6$ est négatif

Ne pas noter



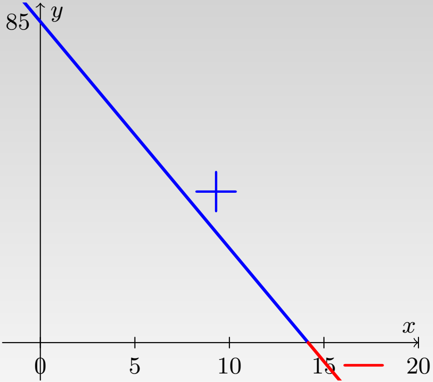
Cas de $g(x) = -6x + 85$.
$a = -6$ est négatif
donc f est décroissante.

Ne pas noter



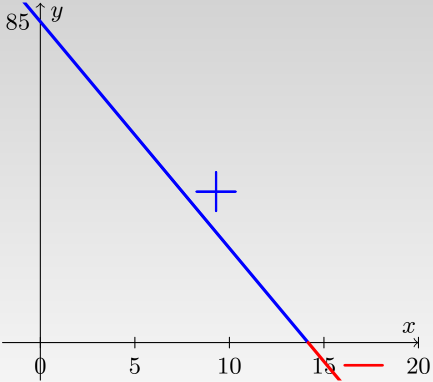
Cas de $g(x) = -6x + 85$.
$a = -6$ est négatif
donc f est décroissante.
Le signe de a est à droite
(à la fin).

Ne pas noter



Cas de $g(x) = -6x + 85$.
$a = -6$ est négatif
donc f est décroissante.
Le signe de a est à droite
(à la fin).
Le changement de signe se
fait quand $-6x + 85 = 0$

Ne pas noter



Cas de $g(x) = -6x + 85$.
$a = -6$ est négatif
donc f est décroissante.
Le signe de a est à droite (à la fin).
Le changement de signe se fait quand $-6x + 85 = 0$
donc quand
$x = -85/(-6) = 85/6 \simeq 14,167$.

Ne pas noter

Une remarque pour finir :

$ax + b = 0$

Ne pas noter

Une remarque pour finir :

$$ax+b=0 \Longleftrightarrow ax=-b$$

Ne pas noter

Une remarque pour finir :

$ax + b = 0 \iff ax = -b \iff x = -\dfrac{b}{a}$ (si $a \neq 0$).

Propriété

Tableau de signe d'une fonction affine (de coefficient $a \neq 0$) :

Propriété

Tableau de signe d'une fonction affine (de coefficient $a \neq 0$) :

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Réponse

Pour f :

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Réponse

Pour f :

Technique 1 :

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Réponse

Pour f :

Technique 1 :

f est affine, de coefficient $a = 2 > 0$

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Réponse

Pour f :

Technique 1 :

f est affine, de coefficient $a = 2 > 0$ et $-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-3}{2} = \dfrac{3}{2}$

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Réponse

Pour f :

Technique 1 :

f est affine, de coefficient $a = 2 > 0$ et $-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-3}{2} = \dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
Signe de $2x-3$		$-$	0	$+$	

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x)=2x-3$; $g(x)=-2x+5$

Réponse

Pour f :

Technique 1 :

f est affine, de coefficient $a=2>0$ et $-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-3}{2}=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
Signe de $2x-3$		$-$	0	$+$	

Technique 2 :

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x)=2x-3$; $g(x)=-2x+5$

Réponse

Pour f :

<u>Technique 1 :</u>

f est affine, de coefficient $a=2>0$ et $-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-3}{2}=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
Signe de $2x-3$		$-$	0	$+$	

<u>Technique 2 :</u> je résous $2x-3>0$ pour savoir à quel moment

$2x-3$ est positif :

Exemple 15

Faire les tableaux de signe sur $\mathbb{R}$ de :

$f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -2x + 5$

Réponse

Pour f :

<u>Technique 1 :</u>

f est affine, de coefficient $a = 2 > 0$ et $-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-3}{2} = \dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
Signe de $2x-3$		$-$	0	$+$	

<u>Technique 2 :</u> je résous $2x - 3 > 0$ pour savoir à quel moment $2x - 3$ est positif : $2x - 3 > 0 \iff 2x > 3 \iff x > \dfrac{3}{2}$.

Réponse

Pour g :

Réponse

Pour g :

Technique 1 :

Réponse

Pour g :

Technique 1 :

g est affine, de coefficient $a=-2<0$;

Réponse

Pour g :

<u>Technique 1 :</u>

g est affine, de coefficient $a=-2<0$; et $-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{5}{-2}=\dfrac{5}{2}$

Réponse

Pour g :

Technique 1 :

g est affine, de coefficient $a=-2<0$; et $-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{5}{-2}=\dfrac{5}{2}$

donc

x	$-\infty$		$5/2$		$+\infty$
Signe de $-2x+5$		$+$	0	$-$	

Réponse

Pour g :

Technique 1 :

g est affine, de coefficient $a = -2 < 0$; et $-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{5}{-2} = \dfrac{5}{2}$

donc

x	$-\infty$		$5/2$		$+\infty$
Signe de $-2x+5$		$+$	0	$-$	

Technique 2 :

Réponse

Pour g :

Technique 1 :

g est affine, de coefficient $a=-2<0$; et $-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{5}{-2}=\dfrac{5}{2}$ donc

x	$-\infty$		$5/2$		$+\infty$
Signe de $-2x+5$		$+$	0	$-$	

Technique 2 : $-2x+5>0 \iff -2x>-5 \iff x<\dfrac{5}{2}$.

Questions rapides (ne pas noter)

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Tableau de signes de $f(x) = -4x + 6$?

Questions rapides (ne pas noter)

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Tableau de signes de $f(x) = x - 1$?

Questions rapides (ne pas noter)

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Tableau de signes de $f(x)=6-5x$?

Questions rapides (ne pas noter)

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Tableau de signes de $f(x) = -2x - 11$?

Questions rapides (ne pas noter)

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Tableau de signes de $f(x) = 2x^2 + 3$?

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x - x^2 + 1 - x)$

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x - x^2 + 1 - x) =$
$(x-3)(1-x^2)$

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x - x^2 + 1 - x) =$
$(x-3)(1-x^2) = x - x^3 - 3 + 3x^2$

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x - x^2 + 1 - x) =$
$(x-3)(1-x^2) = x - x^3 - 3 + 3x^2 = -x^3 + 3x^2 + x - 3$

2°) Tableau de signe d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines

Exemple 16

Soit f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$. Vérifier que, pour tout x :

$$f(x) = (x-3)(x+1)(1-x).$$

En déduire le tableau de signes de f.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x-x^2+1-x) =$
$(x-3)(1-x^2) = x - x^3 - 3 + 3x^2 = -x^3 + 3x^2 + x - 3 = f(x)$.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

Ne pas noter :

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	

Réponse

$(x-3)(x+1)(1-x)$ est un produit de fonctions affines.

Ne pas noter :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	

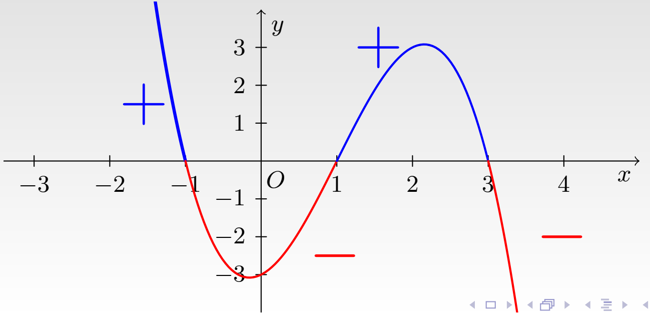
x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Ne pas noter

Pensez à vérifier votre tableau de signe avec la courbe, tracée sur calculatrice :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	



Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$			$+\infty$
$x-3$				
$2x+1$				
$4-3x$				
$f(x)$				

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$			3	$+\infty$
$x-3$				0	
$2x+1$					
$4-3x$					
$f(x)$					

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$			3	$+\infty$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$2x+1$					
$4-3x$					
$f(x)$					

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$		$-1/2$				3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$			0						
$4-3x$									
$f(x)$									

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$		$-1/2$				3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$4-3x$									
$f(x)$									

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$		$-1/2$		$4/3$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$4-3x$					0				
$f(x)$									

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$		$-1/2$		$4/3$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$									

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$		$-1/2$		$4/3$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$			0		0		0		

Questions rapides (ne pas noter)

Tableau de signes de $f(x) = (x-3)(2x+1)(4-3x)$:

x	$-\infty$		$-1/2$		$4/3$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$4-3x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Partie exercices

Faîtes le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $f(x) = (x + 2)(2\,x - 1)(1 - 5\,x)$.

Ne pas noter

Le tableau de signe d'un quotient se fait de la même façon, mais en signalant les valeurs interdites.

Exemple 17

Faire le tableau de signes de l'expression :

$$\ell(x) = \frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}.$$

$$\ell(x) = \frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
-3	$-$	$-$	$-$	$-$	

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$		$-$	
$1x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$1x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-1x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$1x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-1x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$1x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$		$-$	
$1x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-1x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$1x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\ell(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	

$$\ell(x)=\frac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$$

Réponse

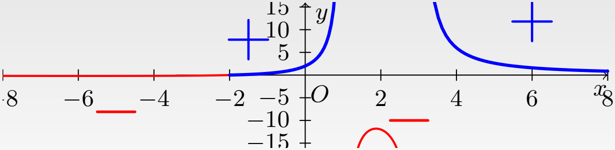
x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$		$-$	
$1x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-1x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$1x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\ell(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	

1 et 3 sont ici des valeurs interdites car elles annulent le dénominateur (impossible de diviser par 0).

Ne pas noter

Vérification :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$		$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\ell(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	



Partie exercices

Exercice 80 page 101

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser :

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser : $-x^2 - 4x = x(-x - 4)$

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser : $-x^2 - 4x = x(-x - 4)$
(produit de fonctions affines)

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser : $-x^2 - 4x = x(-x-4)$
(produit de fonctions affines)

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser : $-x^2 - 4x = x(-x-4)$
(produit de fonctions affines)

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser : $-x^2 - 4x = x(-x-4)$
(produit de fonctions affines)

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	
$-x-4$		$+$	0	$-$	|	$-$	

Exemple 18

Faire le tableau de signe sur $\mathbb{R}$ de $-x^2 - 4x$.

Réponse

Il faut d'abord factoriser : $-x^2 - 4x = x(-x-4)$
(produit de fonctions affines)

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	
$-x-4$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$x(-x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3°) Application des tableaux de signe aux inéquations

Exemple 19

Résoudre $(x-3)(x+1)(1-x) \geqslant 0$.

Ne pas noter

Si je développe $(x-3)(x+1)(1-x) \geqslant 0$, je trouve $-x^3+3x^2+x-3 \geqslant 0$, qu'on ne sait pas résoudre.

Ne pas noter

Si je développe $(x-3)(x+1)(1-x) \geqslant 0$, je trouve $-x^3+3x^2+x-3 \geqslant 0$, qu'on ne sait pas résoudre.

Comme « $\geqslant 0$ » veut dire « positif », j'utilise le tableau de signe de $(x-3)(x+1)(1-x)$ (fait précédemment).

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Réponse

D'après le tableau de signes, $(x-3)(x+1)(1-x) \geqslant 0$

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Réponse

D'après le tableau de signes, $(x-3)(x+1)(1-x)\boxed{\geqslant 0}$ +

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$\boxed{+}$	0	$-$	0	$\boxed{+}$	0	$-$	

Réponse

D'après le tableau de signes, $(x-3)(x+1)(1-x)\boxed{\geqslant 0}$ $+$

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$\boxed{+}$	0	$-$	0	$\boxed{+}$	0	$-$	

Réponse

D'après le tableau de signes, $(x-3)(x+1)(1-x)\boxed{\geqslant 0}$ $+$ si $x \leqslant -1$ ou si $1 \leqslant x \leqslant 3$ donc

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$\boxed{+}$	0	$-$	0	$\boxed{+}$	0	$-$	

Réponse

D'après le tableau de signes, $(x-3)(x+1)(1-x)\boxed{\geqslant 0}$ + si $x \leqslant -1$ ou si $1 \leqslant x \leqslant 3$ donc $S = \,]-\infty\,;\,-1\,] \cup [\,1\,;\,3\,]$.

Partie exercices

Exercices 52, 53, 56 page 98

Exemple 20

Résoudre $-x^2 \geqslant 4x$.

Exemple 20

Résoudre $-x^2 \geqslant 4x$.

Réponse

C'est une inéquation du second degré.

Exemple 20

Résoudre $-x^2 \geqslant 4x$.

Réponse

C'est une inéquation du second degré.
$-x^2 \geqslant 4x$

Exemple 20

Résoudre $-x^2 \geqslant 4x$.

Réponse

C'est une inéquation du second degré.
$-x^2 \geqslant 4x \iff -x^2 - 4x \geqslant 0$

Exemple 20

Résoudre $-x^2 \geqslant 4x$.

Réponse

C'est une inéquation du second degré.

$-x^2 \geqslant 4x \iff -x^2 - 4x \geqslant 0 \iff x(-x-4) \geqslant 0$

Exemple 20

Résoudre $-x^2 \geqslant 4x$.

Réponse

C'est une inéquation du second degré.
$-x^2 \geqslant 4x \iff -x^2 - 4x \geqslant 0 \iff x(-x-4) \geqslant 0$
puis j'utilise le tableau de signe de $x(-x-4)$ (fait au 2°)).

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$-x-4$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(-x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Réponse

D'après ce tableau, $x(-x-4) \geqslant 0$ si

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	
$-x-4$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$x(-x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Réponse

D'après ce tableau, $x(-x-4) \geqslant 0$ si $-4 \leqslant x \leqslant 0$ donc

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$-x-4$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(-x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Réponse

D'après ce tableau, $x(-x-4) \geqslant 0$ si $-4 \leqslant x \leqslant 0$ donc $S = [-4\,;\,0]$.

Partie exercices

Exercice 62 page 99 ; 97 page 105

Exemple 21

Résoudre $\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)} \leqslant 0.$

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	

Réponse

D'après ce tableau, $\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)} \leqslant 0$ si

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	

Réponse

D'après ce tableau, $\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)} \leqslant 0$ si $x \leqslant -2$ ou si $1 < x < 3$

donc

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$		$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	

Réponse

D'après ce tableau, $\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)} \leqslant 0$ si $x \leqslant -2$ ou si $1 < x < 3$

donc $S = \ ]-\infty\,;\,-2] \cup \ ]1\,;\,3[$.

Ne pas noter, rappel du tableau du 2°) :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
-3		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)}$		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	

Réponse

D'après ce tableau, $\dfrac{-3(x+2)}{(1-x)(x-3)} \leqslant 0$ si $x \leqslant -2$ ou si $1 < x < 3$ donc $S = \ ]-\infty\,;\,-2] \cup \ ]1\,;\,3[$.

1 et 3 sont des valeurs interdites donc ne peuvent pas être des solutions.

Partie exercices

Exercices 57, 59 page 98 ; 65 page 99 ; 99 page 105