Calcul littéral (1)

Y. Moncheaux

Décembre 2021

Table des matières

I – Développements et factorisations

1°) Développements

Definition

Développer : transformer un produit en une somme.

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2 - 2) =$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2-2) = 5\,x^3 - 10\,x.$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2 - 2) = 5\,x^3 - 10\,x$.

$(x-3)(x+1)(1-x) =$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2 - 2) = 5\,x^3 - 10\,x.$

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x - x^2 + 1 - x) =$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2-2) = 5\,x^3 - 10\,x$.

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x - x^2 + 1 - x) =$

$(x-3)(-x^2+1) =$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2-2) = 5\,x^3 - 10\,x.$

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x-x^2+1-x) =$

$(x-3)(-x^2+1) = -x^3 + x + 3\,x^2 - 3 =$

Propriété

Pour tous réels k, a, b, c, d :

$k(a+b) = ka + kb$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples 1

$5\,x(x^2-2) = 5\,x^3 - 10\,x$.

$(x-3)(x+1)(1-x) = (x-3)(x-x^2+1-x) =$

$(x-3)(-x^2+1) = -x^3 + x + 3\,x^2 - 3 = -x^3 + 3\,x^2 + x - 3$.

Ne pas noter

Nous avons également :

$k(a-b) = ka - kb$

$(a-b)(c+d) = ac + ad - bc - bd$

etc.

Ne pas noter

Rappel : pour ajouter ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur, sinon on cherche un dénominateur commun.

Ne pas noter

Rappel : pour ajouter ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur, sinon on cherche un dénominateur commun.

Par exemple :

$$\frac{5}{21} + \frac{3}{10}$$

Ne pas noter

Rappel : pour ajouter ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur, sinon on cherche un dénominateur commun.

Par exemple :

$$\frac{5}{21}+\frac{3}{10}=\frac{5\times 10}{21\times 10}+\frac{3\times 21}{10\times 21}$$

Ne pas noter

Rappel : pour ajouter ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur, sinon on cherche un dénominateur commun.

Par exemple :

$$\frac{5}{21}+\frac{3}{10}=\frac{5\times 10}{21\times 10}+\frac{3\times 21}{10\times 21}=\frac{50}{210}+\frac{63}{210}$$

Ne pas noter

Rappel : pour ajouter ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur, sinon on cherche un dénominateur commun.

Par exemple :

$$\frac{5}{21} + \frac{3}{10} = \frac{5 \times 10}{21 \times 10} + \frac{3 \times 21}{10 \times 21} = \frac{50}{210} + \frac{63}{210} = \frac{113}{210}$$

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Réponse :

$$\frac{x+1}{x-3}-\frac{2\,x-1}{x+2}$$

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Réponse :

$$\frac{x+1}{x-3}-\frac{2\,x-1}{x+2}=\frac{(x+1)\times(x+2)}{(x-3)\times(x+2)}-\frac{(2\,x-1)\times(x-3)}{(x+2)\times(x-3)}$$

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Réponse :

$$\frac{x+1}{x-3}-\frac{2\,x-1}{x+2}=\frac{(x+1)\times(x+2)}{(x-3)\times(x+2)}-\frac{(2\,x-1)\times(x-3)}{(x+2)\times(x-3)}$$

$$=\frac{x^2+3\,x+2}{x^2-x-6}-\frac{2\,x^2-4\,x+3}{x^2-x-6}$$

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Réponse :

$$\frac{x+1}{x-3}-\frac{2\,x-1}{x+2}=\frac{(x+1)\times(x+2)}{(x-3)\times(x+2)}-\frac{(2\,x-1)\times(x-3)}{(x+2)\times(x-3)}$$

$$=\frac{x^2+3\,x+2}{x^2-x-6}-\frac{2\,x^2-4\,x+3}{x^2-x-6}$$

$$=\frac{x^2+3\,x+2-(2\,x^2-4\,x+3)}{x^2-x-6}$$

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3} + \dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Réponse :

$$\frac{x+1}{x-3} - \frac{2\,x-1}{x+2} = \frac{(x+1)\times(x+2)}{(x-3)\times(x+2)} - \frac{(2\,x-1)\times(x-3)}{(x+2)\times(x-3)}$$

$$= \frac{x^2+3\,x+2}{x^2-x-6} - \frac{2\,x^2-4\,x+3}{x^2-x-6}$$

$$= \frac{x^2+3\,x+2-(2\,x^2-4\,x+3)}{x^2-x-6} = \frac{-\,x^2+7\,x-1}{x^2-x-6}$$

Exemple 2

Écrire sous forme d'une seule fraction : $\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{2\,x-1}{x+2}$.

Réponse :

$$\frac{x+1}{x-3}-\frac{2\,x-1}{x+2}=\frac{(x+1)\times(x+2)}{(x-3)\times(x+2)}-\frac{(2\,x-1)\times(x-3)}{(x+2)\times(x-3)}$$

$$=\frac{x^2+3\,x+2}{x^2-x-6}-\frac{2\,x^2-4\,x+3}{x^2-x-6}$$

$$=\frac{x^2+3\,x+2-(2\,x^2-4\,x+3)}{x^2-x-6}=\frac{-\,x^2+7\,x-1}{x^2-x-6}$$

Ou encore $\dfrac{-\,x^2+7\,x-1}{(x-3)(x+2)}$.

Partie exercices

Exercice 11 page 49
Exercices 75, 76 page 53

Partie exercices

Écrire sous forme d'une seule fraction :

a) $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{3}{x}$

b) $\dfrac{2\,x+4}{x-2} + \dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{4}{x-4} - \dfrac{3}{x+1}$

d) $\dfrac{2\,x+2}{2\,x-1} + \dfrac{3\,x}{x+3}$

2°) Factorisations

Definition

Factoriser : transformer une somme (ou une différence en un produit).

2°) Factorisations

Definition

Factoriser : transformer une somme (ou une différence en un produit).

Deux techniques principales pour factoriser :

- avec un facteur commun k : $ka + kb = k(a + b)$;
- avec une identité remarquable (voir II).

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 =$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 =$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5).$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5).$
- $x^2 - x =$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 =$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1)$.

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1)$.
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1)$.
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$

$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5).$
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1).$
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$

$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$

$\boxed{(x+2)}[(2\,x-3) - (x-4)]$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5).$
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1).$
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$

$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$

$\boxed{(x+2)}[(2\,x-3) - (x-4)] = (x+2)(x+1).$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1)$.
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$
$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$
$\boxed{(x+2)}[(2\,x-3)-(x-4)] = (x+2)(x+1)$.
- $(2\,x-1)^2 + 5(4\,x-2)$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5).$
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1).$
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$
$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$
$\boxed{(x+2)}[(2\,x-3)-(x-4)] = (x+2)(x+1).$
- $(2\,x-1)^2 + 5(4\,x-2)$
$= \boxed{(2\,x-1)} \times (2\,x-1) + 5 \times 2 \times \boxed{(2\,x-1)}$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1)$.
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$

$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$

$\boxed{(x+2)}[(2\,x-3)-(x-4)] = (x+2)(x+1)$.

- $(2\,x-1)^2 + 5(4\,x-2)$

$= \boxed{(2\,x-1)} \times (2\,x-1) + 5 \times 2 \times \boxed{(2\,x-1)}$

$= \boxed{(2\,x-1)}[(2\,x-1)+10]$

Exemples 3

- $x^3 + 5\,x^2 = \boxed{x^2} \times x + \boxed{x^2} \times 5 = \boxed{x^2}(x+5)$.
- $x^2 - x = \boxed{x} \times x - \boxed{x} \times 1 = \boxed{x}(x-1)$.
- $(x+2)(2\,x-3) - (x-4)(x+2) =$
$\boxed{(x+2)} \times (2\,x-3) - \boxed{(x+2)} \times (x-4) =$
$\boxed{(x+2)}[(2\,x-3) - (x-4)] = (x+2)(x+1)$.
- $(2\,x-1)^2 + 5(4\,x-2)$
$= \boxed{(2\,x-1)} \times (2\,x-1) + 5 \times 2 \times \boxed{(2\,x-1)}$
$= \boxed{(2\,x-1)}[(2\,x-1)+10] = (2\,x-1)(2\,x+9)$.

Ne pas noter

En théorie, nous pourrions aussi utiliser $ac + ad + bc + bd = (a + b)(c + d)$ pour factoriser mais en pratique il est difficile de trouver les valeurs de a, b, c, d.

Ne pas noter

En théorie, nous pourrions aussi utiliser $ac + ad + bc + bd = (a + b)(c + d)$ pour factoriser mais en pratique il est difficile de trouver les valeurs de a, b, c, d.

La factorisation permet souvent de réduire les puissances de x pour simplifier une fraction ou résoudre une équation.

Partie exercices

Exercices 59, 60 page 52

Ne pas noter

Rappel : pour simplifier une fraction, il faut qu'il y ait un facteur commun au dénominateur et au numérateur.

Par exemple : $\dfrac{15}{35}$

Ne pas noter

Rappel : pour simplifier une fraction, il faut qu'il y ait un facteur commun au dénominateur et au numérateur.

Par exemple : $\dfrac{15}{35} = \dfrac{5 \times 3}{5 \times 7}$

Ne pas noter

Rappel : pour simplifier une fraction, il faut qu'il y ait un facteur commun au dénominateur et au numérateur.

Par exemple : $\dfrac{15}{35} = \dfrac{5 \times 3}{5 \times 7} = \dfrac{3}{7}$.

Exemple 4

Simplifier la fraction : $\dfrac{2\,x^2 + 2\,x}{(2\,x+4)(x-3) - (x-3)(x+3)}$.

Exemple 4

Simplifier la fraction : $\dfrac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$.

Réponse :

$$\frac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$$

Exemple 4

Simplifier la fraction : $\dfrac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$.

Réponse :

$$\frac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$$

$$=\frac{2\,x\times x+2\,x\times 1}{(x-3)[(2\,x+4)-(x+3)]}$$

Exemple 4

Simplifier la fraction : $\dfrac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$.

Réponse :

$$\frac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$$
$$=\frac{2\,x\times x+2\,x\times 1}{(x-3)[(2\,x+4)-(x+3)]}=\frac{2\,x(x+1)}{(x-3)(2\,x+4-x-3)}$$

Exemple 4

Simplifier la fraction : $\dfrac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$.

Réponse :

$$\frac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$$

$$=\frac{2\,x\times x+2\,x\times 1}{(x-3)[(2\,x+4)-(x+3)]}=\frac{2\,x(x+1)}{(x-3)(2\,x+4-x-3)}$$

$$=\frac{2\,x(x+1)}{(x-3)(x+1)}$$

Exemple 4

Simplifier la fraction : $\dfrac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$.

Réponse :

$$\frac{2\,x^2+2\,x}{(2\,x+4)(x-3)-(x-3)(x+3)}$$
$$=\frac{2\,x\times x+2\,x\times 1}{(x-3)[(2\,x+4)-(x+3)]}=\frac{2\,x(x+1)}{(x-3)(2\,x+4-x-3)}$$
$$=\frac{2\,x(x+1)}{(x-3)(x+1)}=\frac{2\,x}{x-3}.$$

Partie exercices

Simplifier :

a) $\dfrac{x}{x - x^2}$

b) $\dfrac{4\,x^2 + 3\,x}{x}$

c) $\dfrac{2\,x - 6}{x - 3}$

d) $\dfrac{2\,x + 2}{x^2 + x}$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

51^2

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2 + 2\times 50\times 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 =$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2 \times (4\,x) \times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times50\times1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times3+3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5)$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2 + 2\times 50\times 1 + 1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5) = (2\,x)^2 - 5^2 =$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5) = (2\,x)^2 - 5^2 = 4\,x^2 - 25.$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5) = (2\,x)^2 - 5^2 = 4\,x^2 - 25.$

49×51

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5) = (2\,x)^2 - 5^2 = 4\,x^2 - 25.$

$49\times 51 = (50-1)(50+1) =$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5) = (2\,x)^2 - 5^2 = 4\,x^2 - 25.$

$49\times 51 = (50-1)(50+1) = 50^2 - 1^2$

II – Identités remarquables

Propriété

Pour tous les réels a et b :

$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples 5

$51^2 = (50+1)^2 = 50^2+2\times 50\times 1+1^2 = 2500+100+1 = 2601.$

$(4\,x-3)^2 = (4\,x)^2 - 2\times(4\,x)\times 3 + 3^2 = 16\,x^2 - 24\,x + 9.$

$(2\,x-5)(2\,x+5) = (2\,x)^2 - 5^2 = 4\,x^2 - 25.$

$49\times 51 = (50-1)(50+1) = 50^2 - 1^2 = 2500 - 1 = 2499.$

Ne pas noter

Les démonstrations ont été vues en exercice.

Partie exercices

Exercices 62, 64, 65, 61 page 52
Exercice 106 page 59

Ne pas noter

Les identités remarquables permettent de développer (voir exemples précédents) mais aussi de factoriser.

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4\,;\; x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4\,;\ x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2 = (3\,x - 2)(3\,x + 2)$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2 = (3\,x-2)(3\,x+2)$

$x^2 - 8\,x + 16$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2 = (3\,x - 2)(3\,x + 2)$

$x^2 - 8\,x + 16 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2 = (3\,x - 2)(3\,x + 2)$

$x^2 - 8\,x + 16 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x - 4)^2$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2-4$; $x^2-8\,x+16$ et $3\,x^2-(x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2-4=(3\,x)^2-2^2=(3\,x-2)(3\,x+2)$

$x^2-8\,x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=(x-4)^2$

$3\,x^2-(x+1)^2$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2 = (3\,x - 2)(3\,x + 2)$

$x^2 - 8\,x + 16 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x - 4)^2$

$3\,x^2 - (x+1)^2 = (\sqrt{3}\,x)^2 - (x+1)^2$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2-4$; $x^2-8\,x+16$ et $3\,x^2-(x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2-4=(3\,x)^2-2^2=(3\,x-2)(3\,x+2)$

$x^2-8\,x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=(x-4)^2$

$3\,x^2-(x+1)^2=(\sqrt{3}\,x)^2-(x+1)^2=$
$(\sqrt{3}\,x-(x+1))(\sqrt{3}\,x+(x+1))$

Exemples 6

Factoriser : $9\,x^2 - 4$; $x^2 - 8\,x + 16$ et $3\,x^2 - (x+1)^2$.

Réponses :

$9\,x^2 - 4 = (3\,x)^2 - 2^2 = (3\,x - 2)(3\,x + 2)$

$x^2 - 8\,x + 16 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x - 4)^2$

$3\,x^2 - (x+1)^2 = (\sqrt{3}\,x)^2 - (x+1)^2 =$

$(\sqrt{3}\,x - (x+1))(\sqrt{3}\,x + (x+1)) = (\sqrt{3}\,x - x - 1)(\sqrt{3}\,x + x + 1)$.

Partie exercices

Exercices 66, 68, 71 page 53
Exercice 101 page 59
Exercice 111 page 60
Exercice 130 page 62

Ne pas noter

Des fiches pour vous entraîner aux identités remarquables :

- développements : fiche1, fiche2 ;
- factorisations : fiche1, fiche2
- calculs sur des entiers.

Ne pas noter

Il est très fréquent en science d'avoir besoin d'extraire un terme d'une formule.

Ne pas noter

Il est très fréquent en science d'avoir besoin d'extraire un terme d'une formule.

L'astuce consiste à éliminer des opérations en faisant les opérations contraires.

Ne pas noter

Il est très fréquent en science d'avoir besoin d'extraire un terme d'une formule.

L'astuce consiste à éliminer des opérations en faisant les opérations contraires.

Nous verrons ici quelques exemples.

III – Extraire un terme d'une égalité (exemples)

Exemple 7

L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi r^2$.
Écrire r en fonction de $\mathcal{A}$.
Rayon d'un disque d'aire 10 cm^2 ?

III – Extraire un terme d'une égalité (exemples)

Exemple 7

L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi r^2$.
Écrire r en fonction de $\mathcal{A}$.
Rayon d'un disque d'aire 10 cm^2 ?

Réponses : $\mathcal{A} = \pi r^2$

III – Extraire un terme d'une égalité (exemples)

Exemple 7

L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi r^2$.
Écrire r en fonction de $\mathcal{A}$.
Rayon d'un disque d'aire 10 cm^2 ?

Réponses : $\mathcal{A} = \pi r^2 \Longleftrightarrow \dfrac{\mathcal{A}}{\pi} = r^2$

III – Extraire un terme d'une égalité (exemples)

Exemple 7

L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi r^2$.
Écrire r en fonction de $\mathcal{A}$.
Rayon d'un disque d'aire 10 cm^2 ?

Réponses : $\mathcal{A} = \pi r^2 \iff \dfrac{\mathcal{A}}{\pi} = r^2 \iff r = \pm\sqrt{\dfrac{\mathcal{A}}{\pi}}$

III – Extraire un terme d'une égalité (exemples)

Exemple 7

L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi r^2$.
Écrire r en fonction de $\mathcal{A}$.
Rayon d'un disque d'aire 10 cm^2 ?

Réponses : $\mathcal{A} = \pi r^2 \iff \dfrac{\mathcal{A}}{\pi} = r^2 \iff r = \pm\sqrt{\dfrac{\mathcal{A}}{\pi}}$ donc $r = \sqrt{\dfrac{\mathcal{A}}{\pi}}$ car $r \geq 0$.

III – Extraire un terme d'une égalité (exemples)

Exemple 7

L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi r^2$.
Écrire r en fonction de $\mathcal{A}$.
Rayon d'un disque d'aire 10 cm^2 ?

Réponses : $\mathcal{A} = \pi r^2 \Longleftrightarrow \dfrac{\mathcal{A}}{\pi} = r^2 \Longleftrightarrow r = \pm\sqrt{\dfrac{\mathcal{A}}{\pi}}$ donc

$r = \sqrt{\dfrac{\mathcal{A}}{\pi}}$ car $r \geq 0$.

Donc si $\mathcal{A} = 10$ alors $r = \sqrt{\dfrac{10}{\pi}} \simeq 1,78$ cm.

Ne pas noter

Il est fréquent d'avoir à factoriser le terme que l'on veut extraire pour qu'il n'apparaisse qu'une seule fois.

Exemple 8

Soit la relation $y - 1 = \pi\, x - x + 2$.
Écrire x en fonction de y.

Exemple 8

Soit la relation $y - 1 = \pi\, x - x + 2$.
Écrire x en fonction de y.

Réponse :

$$y - 1 = \pi\, x - x + 2$$

Exemple 8

Soit la relation $y - 1 = \pi\, x - x + 2$.
Écrire x en fonction de y.

Réponse :

$$y - 1 = \pi\, x - x + 2 \iff y - 1 - 2 = \pi\, x - x$$

Exemple 8

Soit la relation $y - 1 = \pi\, x - x + 2$.
Écrire x en fonction de y.

Réponse :

$$\begin{aligned} y - 1 = \pi\, x - x + 2 \quad &\Longleftrightarrow \quad y - 1 - 2 = \pi\, x - x \\ &\Longleftrightarrow \quad y - 3 = x(\pi - 1) \end{aligned}$$

Exemple 8

Soit la relation $y-1=\pi\,x-x+2$.
Écrire x en fonction de y.

Réponse :

$$\begin{aligned} y-1=\pi\,x-x+2 \quad &\Longleftrightarrow \quad y-1-2=\pi\,x-x \\ &\Longleftrightarrow \quad y-3=x(\pi-1) \\ &\Longleftrightarrow \quad x=\frac{y-3}{\pi-1}. \end{aligned}$$

Exemple 9

Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de côtés L, ℓ et h.
Isoler h.

Exemple 9

Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de côtés L, ℓ et h.
Isoler h.

Réponse :
$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell$.

Exemple 9

Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de côtés L, ℓ et h.
Isoler h.

Réponse :
$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell$.

$$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell$$

Exemple 9

Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de côtés L, ℓ et h.
Isoler h.

Réponse :
$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell$.

$$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell \iff \mathcal{A} = 2L\ell + h(2L + 2\ell)$$

Exemple 9

Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de côtés L, ℓ et h.
Isoler h.

Réponse :
$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell$.

$$\begin{aligned}\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell \quad &\Longleftrightarrow \quad \mathcal{A} = 2L\ell + h(2L + 2\ell) \\ &\Longleftrightarrow \quad \mathcal{A} - 2L\ell = h(2L + 2\ell)\end{aligned}$$

Exemple 9

Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de côtés L, ℓ et h.
Isoler h.

Réponse :
$\mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell$.

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = 2L\ell + 2Lh + 2h\ell \quad &\iff \quad \mathcal{A} = 2L\ell + h(2L + 2\ell) \\ &\iff \quad \mathcal{A} - 2L\ell = h(2L + 2\ell) \\ &\iff \quad h = \frac{\mathcal{A} - 2L\ell}{2L + 2\ell}. \end{aligned}$$

Partie exercices

Exercices 44, 46 page 51
Exercices 82 page 55
Exercices 107, 109 page 59
Exercice 113 page 60

Partie exercices

Pour les plus forts : 122 et 121 page 61