ANNEXE 27

BTS GÉOMÈTRE TOPOGRAPHE

Programme de mathématiques

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieurs Géomètre topographe se réfère aux dispositions de l'arrêté du 8 juin 2001 fixant les objectifs, les contenus de l'enseignement et le référentiel des capacités du domaine des mathématiques pour les brevets de technicien supérieur.
Les dispositions de cet arrêté sont précisées pour ce BTS de la façon suivante :

I – Lignes directrices

2. Objectifs spécifiques à la section

Il est essentiel de consolider la pratique des *configurations du plan et de l'espace* utilisées en topographie. L'usage constant de traitements numériques et graphiques de domaines décrits sur la sphère terrestre rend nécessaire l'utilisation de *transformations géométriques*, notamment la projection stéréographique. Le calcul des angles et des côtés de triangles réalisés par des visées réclame la technique de la résolution des triangles (triangles plans ou sphériques).
L'étude de phénomènes continus issus des sciences physiques et de la géologie constitue un des objectifs de cette formation. Ils sont décrits mathématiquement par des fonctions pour lesquelles il s'agit d'entretenir et de prolonger les acquis des formations antérieures.
Quelques notions de *géométrie différentielle* permettent d'aborder les calculs relatifs aux raccordements à courbure progressive.
Enfin une pratique du *calcul des probabilités,* centrée sur la description des lois fondamentales, est nécessaire pour aborder la théorie des erreurs.

3. Organisation des contenus

C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu ; il peut s'organiser autour de *quatre pôles* :

- la résolution de *problèmes géométriques* rencontrés dans divers enseignements, notamment en topographie ;
- une étude des *fonctions usuelles*, dont la maîtrise est nécessaire à ce niveau ;
- une initiation au *calcul des probabilités* ;
- une valorisation des *aspects numériques et graphiques* pour l'ensemble du programme, une initiation à quelques méthodes élémentaires de *l'analyse numérique* et l'utilisation à cet effet des *moyens informatiques* appropriés : calculatrice programmable à écran graphique, ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de géométrie ou d'application (modélisation, simulation,…).

Pour maintenir un équilibre convenable entre les contenus d'enseignement et l'horaire de mathématiques, d'autres questions n'ont pu être introduites malgré leur utilité pour la formation considérée : c'est le cas notamment des équations différentielles linéaires, de la statistique inférentielle et de l'algèbre linéaire.

5. Organisation des études

L'horaire de mathématiques est de 4 heures + 1 heure en première année et de 4 heures + 1 heure en seconde année.

II - Programme

Le programme de mathématiques est constitué des modules suivants :

Nombres complexes 2.

Suites numériques 1.

Fonctions d'une variable réelle.

Calcul différentiel et intégral 2, à l'exception du TP 2 (figurant dans Courbes planes 2).

Statistique descriptive.

Calcul des probabilités 1.

Configurations et transformations géométriques 2 : cf. ci-après.

Courbes planes 2 : cf. ci-après.

Trigonométrie plane et sphérique : cf. ci-après.

CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS GEOMETRIQUES 2

Il s'agit en premier lieu de donner des outils, notamment le calcul vectoriel, pour analyser des objets usuels de l'espace et les représenter ainsi que pour effectuer sur eux des calculs de distances, d'angles, d'aires, de volumes.
En second lieu, il s'agit d'étudier quelques transformations géométriques usuelles dont l'inversion (rendue nécessaire par l'utilisation de la projection stéréographique en géodésie). Aucune connaissance de géométrie descriptive et de géométrie cotée ne figure au programme de mathématiques.

1° Orientation du plan ou de l'espace, angles orientés du plan.	Les angles de droites ne sont pas au programme.
2° Vecteurs du plan ou de l'espace ; produit scalaire, vectoriel, mixte.	On fournira l'interprétation du produit vectoriel et du produit mixte en terme d'aires et de volumes ainsi que les formules de calcul en repère orthonormé direct.
3° Systèmes de coordonnées (coordonnées polaires, cylindriques ou sphériques). Équations d'une droite, d'un plan, d'une droite dans l'espace. Équations d'une sphère, d'un cône, d'un cylindre de révolution lorsque l'axe est l'un des axes de coordonnées.	
4° Translations, rotations, symétries orthogonales, homothéties, similitudes dans le plan.	Cette étude est à relier aux applications de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ qui leur correspondent. On étudiera l'effet de ces transformations sur les droites et les cercles, sur les distances et les angles orientés.
5° Translations, rotations, symétries orthogonales, homothéties dans l'espace.	On étudiera l'effet de ces transformations sur les plans, les droites, sur les distances et les angles, sur les cercles et les sphères. Les rotations seront étudiées dans le cas où l'axe est parallèle à l'un des axes de coordonnées.
6° *Inversion dans le plan et dans l'espace* : Notion de puissance d'un point par rapport à un cercle ou par rapport à une sphère. Définition de l'inversion plane, conservation des angles orientés au signe près. Description des différents types de faisceaux de cercle. Transformation par inversion des faisceaux de droites ou de cercles orthogonaux. Inversion dans l'espace ; cas de la projection stéréographique.	L'inversion plane peut être reliée à la transformation $z \mapsto \frac{1}{z}$ de $\mathbb{C}^*$ dans $\mathbb{C}^*$. On étudiera l'inverse d'une droite, l'inverse d'un cercle, la conservation, dans l'inversion, des contacts, de l'orthogonalité.
7° *Coniques* : Equations réduites. Ellipse considérée comme projection ou comme affine d'un cercle.	Seules les équations réduites sont à connaître. En ce qui concerne l'ellipse considérée comme affine d'un cercle, on indiquera les propriétés qui en résultent pour la construction de la tangente en un point.

Travaux pratiques.

1° Exemples d'emploi des vecteurs du plan ou de l'espace, dans des repères adaptés, pour résoudre des problèmes simples d'intersection de plans, de droites, de sphères ou pour effectuer des calculs de distances, d'angles, d'aires et de volumes.	Les exemples sont issus le plus souvent possible de situations rencontrées en topographie et en géodésie.
2° Exemples d'emploi des transformations planes dans l'étude des configurations.	
3° Résolution de problèmes simples de constructions où interviennent des faisceaux de cercles ou de droites.	
4° *Projection stéréographique* : Transformations de figures simples de la sphère, images de familles de courbes orthogonales de la sphère ; exploitation de la propriété de conservation des angles au signe près.	Les transformations planes, y compris les inversions, peuvent être utilisées pour résoudre des problèmes posés par le dessin.

COURBES PLANES 2

On s'attachera à choisir des exemples de courbes intervenant dans des problèmes concrets (rencontrés en topographie, géodésie, physique...). L'objectif est d'étudier et représenter ces courbes au moyen de représentations paramétriques ou de représentations polaires (dans le plan ou dans l'espace) et de proposer des solutions aux problèmes de raccordement de courbes simples du plan grâce à quelques notions de géométrie différentielle.

Courbes planes :
Courbes définies par une représentation paramétrique ou une représentation polaire de type $r = f(\theta)$.
Tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul.

Définition du rayon de courbure en un point, de la courbure, du centre de courbure.

Formules dans le cas paramétrique et dans le cas polaire.

Cette brève étude privilégie les exemples de courbes rencontrées dans les autres disciplines, notamment les courbes définies comme projections orthogonales de courbes tracées sur la sphère.

Pour la définition du rayon de courbure, on se limitera à des courbes paramétriques ou polaires en des points où les deux premiers vecteurs dérivés sont non colinéaires. Les formules fournissant le rayon de courbure ne sont pas exigibles.

Travaux pratiques.

1° Exemples de tracés de courbes planes définies par une représentation paramétrique ou par une représentation polaire.

Aucune connaissance n'est exigible sur l'étude des points singuliers et des branches infinies.

2° Etude de quelques exemples de courbes dans l'espace définies par une représentation paramétrique ou par une représentation en coordonnées cylindriques ou sphériques.

Les courbes utilisées seront la plupart du temps tracées sur la sphère ou sur un cylindre de révolution. Les représentations paramétriques des courbes projections sur les plans de coordonnées fournissent des renseignements utiles pour la courbe de l'espace.

3° Exemples simples de calcul de rayon de courbure.
Equation intrinsèque d'une courbe (sous la forme $R = f(s)$).

On s'attachera à choisir des exemples de courbes intervenant dans des problèmes issus de la topographie où il est techniquement utile de connaître la courbure.
Aucune théorie générale ne doit être faite sur les équations intrinsèques. On pourra donner quelques exemples simples.

Cas de la clothoïde.

Les clothoïdes seront introduites à partir du problème technique de raccordement de deux portions de route (l'une rectiligne, l'autre circulaire ou les deux circulaires).

TRIGONOMÉTRIES PLANE ET SPHÉRIQUE

Les fonctions circulaires et circulaires réciproques sont au programme d'analyse. Leur étude permettra une révision des éléments de la trigonométrie plane nécessaires à la résolution des triangles. Pour l'espace, l'étude et l'utilisation en géodésie des triangles sphériques nécessitent quelques éléments de calcul vectoriel et de trigonométrie sphérique. (voir le module : Configurations et transformations géométriques 2).

Trigonométrie sphérique : Triangle sphérique et ses éléments. Excès sphérique. Transformation corrélative. Formule fondamentale. Analogie des sinus. Formule aux co-tangentes. Cas des triangles rectangles et rectilatères.	Les formules pourront être établies comme des applications du calcul vectoriel et du produit scalaire dans l'espace. Les formules ne sont pas exigibles.

Travaux pratiques.

1° Exemples de résolution des triangles. 2° Exemples de résolution des triangles sphériques.	Les problèmes de représentation sur la surface terrestre, les problèmes de repérage, de calculs de longueurs et d'angles motivent l'utilisation des formules de trigonométrie dans la résolution des triangles. On évitera les situations artificielles.

Évaluation des capacités et compétences

La grille d'évaluation des capacités et compétences figurant en annexe II de l'arrêté du 8 juin 2001 est précisée pour le BTS Géomètre topographe de la façon suivante :