# Exercices : équations de droites

**Exercice I (appartenance d'un point à une droite)**

**1°)** Le point $T\ (-2\,;\,3)$ appartient-il à chacune des droites définies par les équations suivantes :
$d_1 : 3y-1=0\,;\ d_2 : x+y=0\,;\ d_3 : 2x-3y+13=0\,;\ d_4 : 4x+8=0$

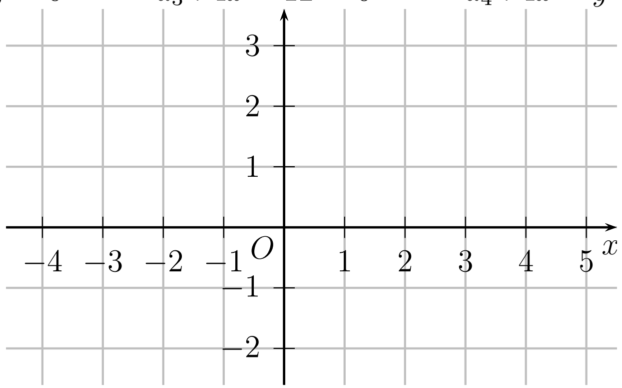
**2°)** Soit $d$ la droite d'équation $5x-3y+15=0$. Parmi les points suivants, lesquels sont sur la droite $d$ ?
$A\ (-2\,;\,3)$ $\quad B\ (-3\,;\,0)$ $\quad C\ (0\,;\,4)$ $\quad D\ (3\,;\,10)$ $\quad E\ (6\,;\,15)$

**3°)** Déterminez, parmi les équations suivantes, lesquelles peuvent correspondre à la droite $\Delta_3$ de l'exercice I :
$Eq.1 : 2x+8=0$ $\quad Eq.2 : 2x-9y+8=0$ $\quad Eq.3 : x-9y+4=0$
$Eq.4 : -x+4{,}5y-4=0$ $\quad Eq.5 : y-2=0$ $\quad Eq.6 : x+y+4=0$
$Eq.7 : (x+4)(x-3)-9y=0$

**Exercice II (tracé d'une droite connaissant une de ses équations)**

**1°)** Soit $d_1 : 2x+3y-4=0$. Complétez :
« $A\ (-1\,;\,\dots)$ et $B\ (\dots\,;\,0)$ sont deux points de $d_1$ ».

**2°)** Tracez sur le graphique ci-dessous la droite $d_1$ ainsi que les droites
$d_2 : x+y=0$ $\qquad d_3 : 4x-12=0$ $\qquad d_4 : 4x-y+2=0$



**Exercice III (trouver une équation de droite passant par deux points connus)**

**1°)** Nous cherchons dans cette question une équation cartésienne de la droite $(AB)$ passant par $A\ (3\,;\,-1)$ et $B\ (-2\,;\,0)$.

**a)** Soit $M\ (x\,;\,y)$. Écrivez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$.

**b)** Complétez le raisonnement suivant qui permet de trouver une équation de $(AB)$ :

$M\ (x\,;\,y) \in (AB) \iff \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\dots\dots\\ \dots\dots\end{pmatrix}$ colinéaire à $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\end{pmatrix}$

$\iff \det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}) = \dots \iff \begin{vmatrix}\dots\dots & \dots\dots\dots\\ \dots\dots & \dots\dots\dots\end{vmatrix} = \dots$

$\iff \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots$

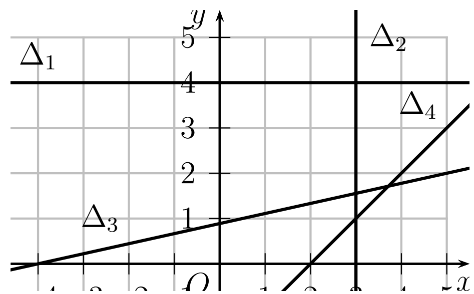
$\iff \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots$

donc $(AB)$ : ..................

**2°)** Cherchez de même une équation cartésienne de la droite $(CD)$ passant par $C\ (-2\,;\,-3)$ et $D\ (4\,;\,-5)$.

**3°)** Vérifiez que vos équations sont justes.

**Exercice IV**




**1°) a)** Donnez un vecteur directeur et un vecteur normal (à coordonnées entières) pour chacune des droites représentées ci-dessus.

**b)** Même question avec un vecteur directeur de coordonnées $\begin{pmatrix}1\\ m\end{pmatrix}$.

**2°)** Placez le point $K\ (1\,;\,3)$. Construisez la droite $d$ passant par $K$ et ayant pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\ -3\end{pmatrix}$.

## Exercice V (vecteurs directeurs et équations de droites)

**1°)** Donnez un vecteur directeur et un vecteur normal pour chacune des droites définies par les équations suivantes :

| Droites | $d_1 : 3\,x-4\,y-1=0$ | $d_2 : 3\,y-x-3=0$ | $d_3 : y=4\,x-2$ |
|---|---|---|---|
| Vect. dir. | $\vec{u}_1\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ | $\vec{u}_2\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ | $\vec{u}_3\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ |
| Vect. norm. | $\vec{n}_1\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ | $\vec{n}_2\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ | $\vec{n}_3\begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$ |

**2°)** Donnez une équation de trois droites quelconques ayant pour vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$.

**3°)** La droite $d$ passe par $K\ (-1\,;\,3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$.

**a)** Complétez la phrase suivante : « une équation cartésienne de $d$ s'écrit $\ldots\ldots x+\ldots\ldots y+\ldots\cdots=0$

**b)** En utilisant les coordonnées de $K$, terminez de trouver une équation cartésienne de $d$.

**4°)** Déterminez une équation cartésienne de la droite $\Delta$ passant par $L\ (4\,;\,5)$ et ayant pour vecteur directeur $\vec{p}\begin{pmatrix}5\\-6\end{pmatrix}$.

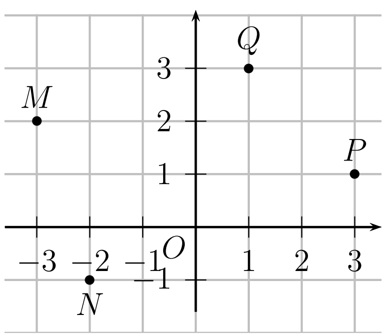
**5°)** Déterminez une équation cartésienne de la droite $\Delta'$ passant par $T\ (-7\,;\,2)$ et ayant pour vecteur normal $\vec{q}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$.

## Exercice VI (recherche d'une équation cartésienne de droite)

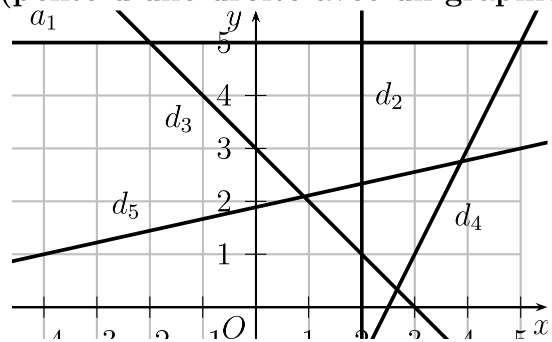
**1°)** Cherchez une équation cartésienne de la droite $(MP)$ en utilisant la méthode utilisée dans l'exercice IV.

**2°)** Cherchez une équation cartésienne de la droite $(NQ)$ en utilisant la méthode utilisée dans l'exercice V.

**3°)** Déterminez leur intersection.




## Exercice VII (pente d'une droite avec un graphique)




**1°)** Donnez par lecture graphique la pente (le coefficient directeur), quand elle existe, des droites $d_1$, $d_2$, $d_3$, $d_4$.

**2°) a)** Donnez les coordonnées de deux points $A$ et $B$ de $d_5$.

**b)** Calculez la pente de $d_5$.

**3°)** Tracez la droite $d_6$, passant par $C\ (-3\,;\,4)$ et de pente $-\dfrac{1}{3}$.

## Exercice VIII (pente d'une droite avec une équation)

Déterminez la pente, quand elle existe, de chacune des droites suivantes :

$d_1 : y=5x-2$ $\quad$ $d_2 : 6x-3y+5=0$ $\quad$ $d_3 : x-5y+1=0$

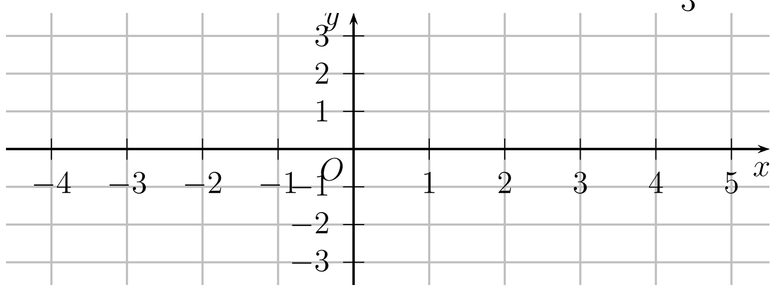
$d_4 : y=4-x$ $\quad$ $d_5 : 2x+7y=5$ $\quad$ $d_6 : 5x-8=0$

## Exercice IX (tracé d'une droite connaissant son équation réduite)

Tracez les droites d'équations réduites :

$d_1 : y=x$ $\quad$ $d_2 : y=-2\,x+2$ $\quad$ $d_3 : x=4$

$d_4 : y=4-x$ $\quad$ $d_5 : y=-0{,}5\,x-1$ $\quad$ $d_6 : y=\dfrac{1}{3}\,x+3$



**Exercice X (équation réduite à partir d'un point et de la pente)**

**1°)** Trouvez l'équation réduite de la droite $d$ passant par $A\ (-4\,;\,7)$ et de pente 3.

**2°)** Même question avec $d'$ passant par $B\ (-3\,;\,-2)$ et de pente $-\frac{1}{4}$.

**Exercice XI (équation réduite à partir de deux points)**

**1°)** Trouvez l'équation réduite de la droite $d$ passant par $A\ (-4\,;\,7)$ et $B\ (-3\,;\,5)$.

**2°)** Trouvez l'équation réduite de la droite $d'$ passant par $E\ (1\,;\,-3)$ et $F\ (-4\,;\,-1)$.

**Exercice XII (alignement de trois points)**

Le but de cet exercice est de savoir (de trois façons) si les trois points $A\ (-4\,;\,7)$, $B\ (-3\,;\,5)$ et $C\ (6\,;\,-10)$ sont alignés.

**1°)** Calculez une équation cartésienne de $(AB)$. Conclure.

**2°)** Calculez l'équation réduite de $(AB)$. Conclure.

**3°)** Utilisez les vecteurs colinéaires pour retrouver la réponse.

**Exercice XIII (droites sécantes ou pas)**

Dans chaque question, déterminez si les droites $d$ et $d'$ sont sécantes :

**1°)** $d : y = 3\,x + 2$ et $d' : y = 2\,x + 3$

**2°)** $d : 2\,x - 5\,y + 3 = 0$ et $d' : 3\,x - 2\,y + 1 = 0$

**3°)** $d : 10\,x - 14\,y + 23 = 0$ et $d' : -15\,x + 21\,y + 16 = 0$

**4°)** $d : 2\,x - 5\,y + 3 = 0$ et $d' : y = 0{,}5\,x - 4$

**Exercice XIV (intersection de droites)**

Pour chaque question de l'exercice précédent, déterminez le point d'intersection des droites $d$ et $d'$, quand elles sont sécantes.

**Exercice XV**

Chez l'électricien :

« Bonjour, Monsieur, je voudrais 3 ampoules de 100 W et 2 ampoules de 50 W.

– Voilà, cela fait 27 €.

– Oh, excusez moi, c'est le contraire ! Je voulais 2 ampoules de 100 W et 3 de 50 W !

– Ce n'est pas grave, les voici, et, en plus, je vous redonne 1,50 €. »

Combien coûte une ampoule de 100 W ? une ampoule de 50 W ?

> Démarche générale pour ce genre de problème :
> – nommer les inconnues ;
> – traduire les phrases (les conditions) en équations (ou en inéquations parfois) ;
> – résoudre le système obtenu.

Note : les phrases se traduisent ici en équations des droites que vous pourrez tracer sur votre cahier ou sur calculatrice.

La réponse sera alors obtenue graphiquement puis par le calcul.

**Exercice XVI**

Un commerçant décide d'augmenter ses prix de 10 euros.

Un autre commerçant décide d'augmenter ses prix de 5 %.

Pour quel(s) prix obtiendrons-nous le même résultat ?

# Exercices : équations de cercles dans le plan

On se place, dans toute la fiche, dans un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$ orthonormé.

**Exercice I**

**1°) a)** Tracer le cercle $(\mathscr{C}_1)$ de centre $\Omega\,(3\,;\,2)$ et de rayon 4.

**b)** Placer le point $K\,(1\,;\,5{,}5)$. Est-il sur le cercle $\mathscr{C}_1$ ?

**c)** Soit $M\,(x\,;\,y)$ un point du plan.

Démontrer que $M$ est sur le cercle $(\mathscr{C}_1)$ si et seulement si

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0.$$

*Cette condition est une équation du cercle $(\mathscr{C}_1)$.*

***On passera ici au cours...***

**d)** Déterminer l'ordonnée du (des) point(s) $N$ du cercle qui a (ont) pour abscisse 1 (s'il y en a !).

**2°)** Soient les points $A\,(-2\,;\,3)$ et $B\,(2\,;\,1)$.

**a)** Donner une équation de la droite $(AB)$.

**b)** Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle $\mathscr{C}_1$ et de la droite $(AB)$, s'il y en a.

**3°)** Soit le cercle $(\mathscr{C}_2)$ de centre $A\,(-2\,;\,3)$ passant par $\Omega$.

**a)** Déterminer le rayon du cercle $(\mathscr{C}_2)$.

**b)** Dire si les cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ sont sécants.

**c)** Déterminer une équation du cercle $(\mathscr{C}_2)$.

**d)** Déterminer les coordonnées des points d'intersection des cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$, s'il y en a.

**Exercice II (équations de cercles ?)**

Dire si les équations suivantes sont des équations de cercles et, dans l'affirmative, déterminer le centre et le rayon de ces cercles :

| | |
|---|---|
| 1°) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$ | 2°) $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$ |
| 3°) $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 4 = 0$ | 4°) $x^2 - 2y^2 + 3x - 4y - 2 = 0$ |
| 5°) $-x^2 + 2x - y^2 - 5y + 3 = 0$ | 6°) $x^2 - 3y - (x-1)^2 + 5 = 0$ |