

## Exercices : Courbes paramétrées (suite)

### Exercice 1 du sujet 2016 (10 points)

#### PARTIE A : Étude d'une courbe du plan.

Le plan  $(xOy)$  est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

On considère la courbe  $(L_1)$  définie par la représentation paramétrique

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin(2t) \end{cases} \quad t \text{ décrivant } \mathbb{R}.$$

1. Montrer que l'on peut restreindre l'étude de la courbe  $(L_1)$  à l'intervalle  $[0; \pi]$ .  
On précisera la transformation géométrique à utiliser.
2. Exprimer  $x(\pi - t)$  et  $y(\pi - t)$  respectivement en fonction de  $x(t)$  et  $y(t)$ .  
En déduire un nouvel intervalle d'étude et la transformation géométrique à utiliser.
3. Étudier les variations des fonctions  $x$  et  $y$  sur  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .  
Dresser le tableau des variations.

On note  $A$ ,  $B$  et  $C$  les points de la courbe  $(L_1)$  de paramètres respectifs  $0$ ,  $\frac{\pi}{4}$  et  $\frac{\pi}{2}$ .

4. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune des tangentes à la courbe  $(L_1)$  aux points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
5. Dans le repère orthonormé fourni en annexe 1, construire la courbe  $(L_1)$ .  
On veillera à placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  et à représenter les tangentes en ces points.

#### PARTIE B : Étude d'une courbe de l'espace

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

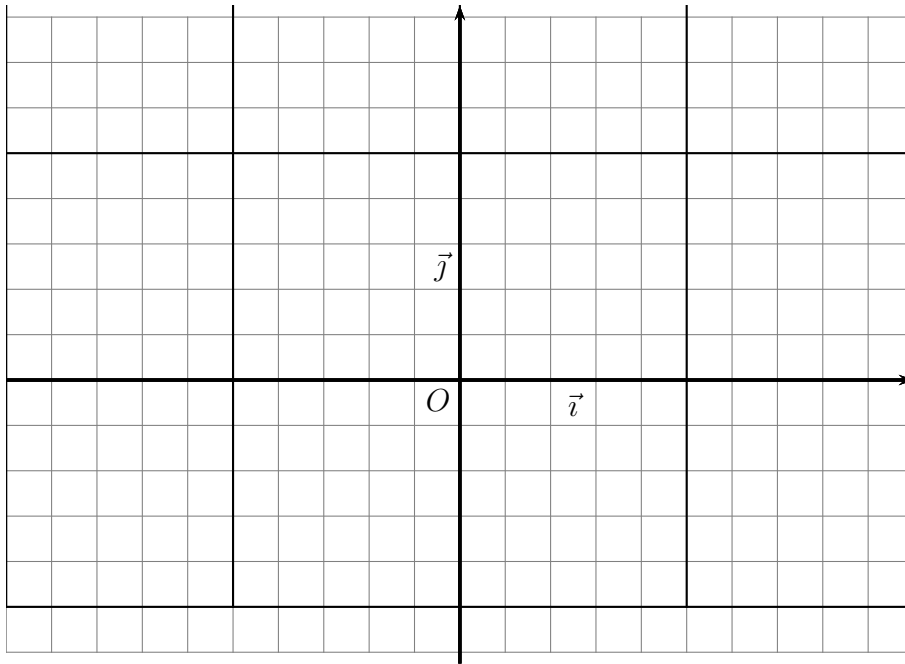
On considère la courbe  $(L)$  définie par la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin(2t) \\ z(t) = \sin(t) \end{cases} \quad t \text{ décrivant } \mathbb{R}.$$

1. (a) Calculer  $[x(t)]^2 + [z(t)]^2$ .  
(b) En déduire que la courbe  $(L)$  est tracée sur un cylindre dont on précisera l'axe et le rayon.  
(c) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la courbe  $(L_2)$  obtenue par projection de la courbe  $(L)$  sur le plan  $(xOz)$ .
2. Justifier que la courbe  $(L_1)$  de la partie A est obtenue par projection de la courbe  $(L)$  dans le plan  $(xOy)$ .
3. À partir de la représentation graphique obtenue sur la calculatrice, tracer sur l'annexe 1, à rendre avec la copie, l'allure de la courbe  $(L_3)$  obtenue par projection de la courbe  $(L)$  dans le plan  $(yOz)$ . Aucune justification n'est demandée.

# ANNEXE 1

## Exercice 1 Partie A



## Exercice 1 Partie B

