

Exercices : étude des variations

Cette fiche prépare le chapitre sur les courbes paramétrées.

Exercice I (savoir calculer la dérivée d'une fonction)

Donnez les dérivées des fonctions définies (sur un certain ensemble de définition) par :

$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline 1^\circ) f(x) = 6x^3 + 5x^2 + \frac{4}{3}x + 2 & 2^\circ) g(x) = (3x - 1)e^x & 3^\circ) h(t) = 3e^{2t-1} \\ \hline 4^\circ) i(s) = \frac{3s-1}{2s+3} & 5^\circ) j(x) = \ln(x^2 - 4) & 6^\circ) k(t) = \sin(5t) \\ \hline \end{array}$$

Exercice II (savoir résoudre des équations « simples »)

Déterminez à quel moment chacune des dérivées de l'exercice 1 s'annule.

Exercice III (savoir trouver le signe d'une expression)

Faîtes les tableaux de signes des expressions suivantes :

1°) $(3x - 5)e^{x^2+x-1}$ sur \mathbb{R}

2°) $6x^2 + 2x - 4$ sur \mathbb{R}

3°) $\frac{5x+1}{3x-4}$ sur \mathbb{R} (privé d'une valeur ...)

4°) $\sin(2x)$ sur $[0; 2\pi]$

5°) $\cos(3t)$ sur $[-\pi; \pi]$

Exercice IV (étude des variations d'une fonction)

Faîtes les tableaux de variations :

– des fonctions f, g, h sur \mathbb{R}

– de la fonction j sur $] -2; 2[$

– de la fonction k sur $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$

Formulaire

Dérivées des fonctions de base

Le tableau des dérivées des fonctions de base est :

Si $f(x) = \dots$	alors $f'(x) = \dots$	quand $x \in \dots$
k (constante)	0	\mathbb{R}
x	1	\mathbb{R}
x^n ($n \geq 0$)	nx^{n-1}	\mathbb{R}
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	\mathbb{R}
$\sin x$	$\cos x$	\mathbb{R}
$\ln x$	$1/x$	$]0; +\infty[$
e^x	e^x	\mathbb{R}

Opérations algébriques et dérivées

Soient u et v deux fonctions dérivables (sous-entendu sur un intervalle I) et k une constante. Alors (avec quelques précautions) :

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(k \cdot u)' = k \cdot u'$$

$$(u \cdot v)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu'u^{n-1}$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(e^u)' = u' e^u.$$