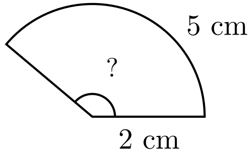
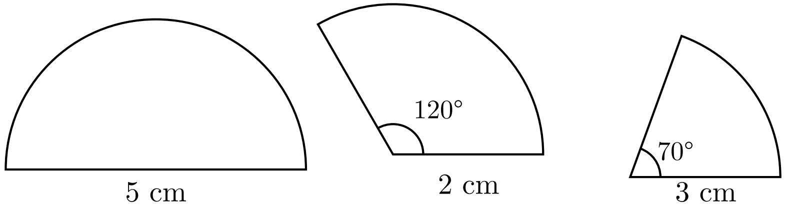
Exercices : Angles géométriques

Exercice I (longueur d'arc, radian)

1°) Calculez la mesure exacte puis une valeur approchée à 0,1 près de l'angle du secteur angulaire représenté ci-dessous.
On donnera une réponse en degrés et en grades.



2°) Calculez les valeurs exactes des longueurs en centimètres des arcs de cercle figurant ci-contre. En donner une valeur approchée à 10^{-3}.



3°) Trouvez une formule générale donnant la longueur de l'arc ℓ en fonction de l'angle θ en degré et du rayon r :

$$\boxed{\ell = \ldots\ldots\ldots\ldots}$$

> **Rappel :** le radian est une unité de mesure d'angles telle que les mesures en radians et en degré soient proportionnelles et que $\boxed{\pi \text{ rad représentent } 180°}$.
> Par exemple, $\dfrac{\pi}{2}$ rad représentent $\dfrac{180}{2} = 90°$.

4°) a) Convertir en radians : 30°, 45°, 60°, 70°, 120°, 135°.

b) Trouvez une formule générale donnant la longueur de l'arc ℓ en fonction de l'angle θ en radians et du rayon r :

$$\boxed{\ell = \ldots\ldots\ldots\ldots}$$

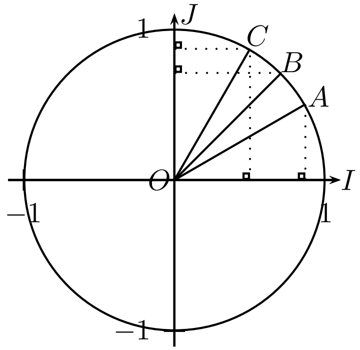
5°) Soit B la ville de Beyrouth, J la ville de Jerusalem et C le centre de la Terre. L'angle $\widehat{BCJ}$ est a peu près égal à 2,12 degrés.Le rayon de la Terre est d'environ 6378 km.

a) Convertir cet angle au centre en radians.

b) Déterminez une valeur approchée au kilomètre près de la distance (à vol de colombe) entre Beyrouth et Jerusalem.

Exercice II (angles de vecteurs)

Le sens positif est, par convention, le sens contraire des aiguilles d'une montre.
Le cercle ci-dessous a pour rayon 1 (une unité de mesure). Les angles $\widehat{IOA}$, $\widehat{IOB}$, $\widehat{IOC}$ mesurent respectivement 30° (donc $\dfrac{\pi}{6}$ radians), 45° (donc $\dfrac{\pi}{4}$ radians) et 60° (donc $\dfrac{\pi}{3}$ radians).



1°) a) Placez les points suivants :
- A_1, symétrique de A par-rapport à (OI) ;
- A_2 et C_2, symétriques respectifs de A et de C par-rapport à (OJ) ;
- A' et B', symétriques respectifs de A et de B par-rapport à O.

b) Donner une mesure **en radians** des angles de vecteurs (on pourra se passer des degrés dans les calculs intermédiaires) :

i) $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA_1})$
ii) $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA_2})$
iii) $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA'})$
iv) $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA_2})$
v) $(\overrightarrow{OB'}, \overrightarrow{OC_2})$.

2°) Placez les points du cercle E, F, G tels que :

a) $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OE}) = \dfrac{7\pi}{4}$ rad

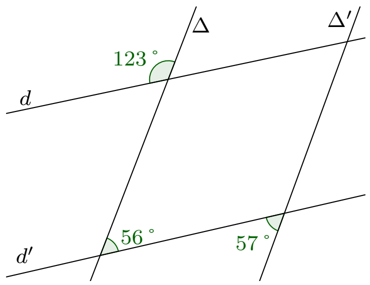
b) $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OF}) = -\dfrac{5\pi}{6}$ rad

c) $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OG}) = 5$ rad

Exercice III

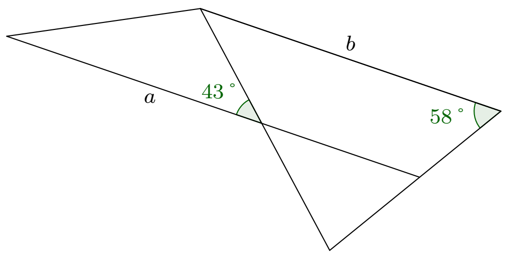
1°) Les droites d et d' sont-elles parallèles ?

2°) Les droites Δ et Δ' sont-elles parallèles ?



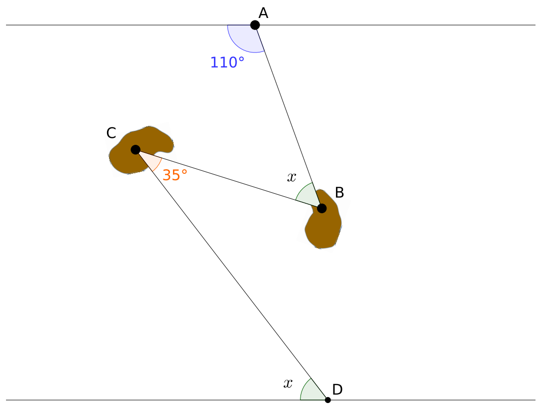
Exercice IV

Sur la figure ci-contre, on sait que les segments « a » et « b » sont parallèles.
Déterminez tous les angles possibles.



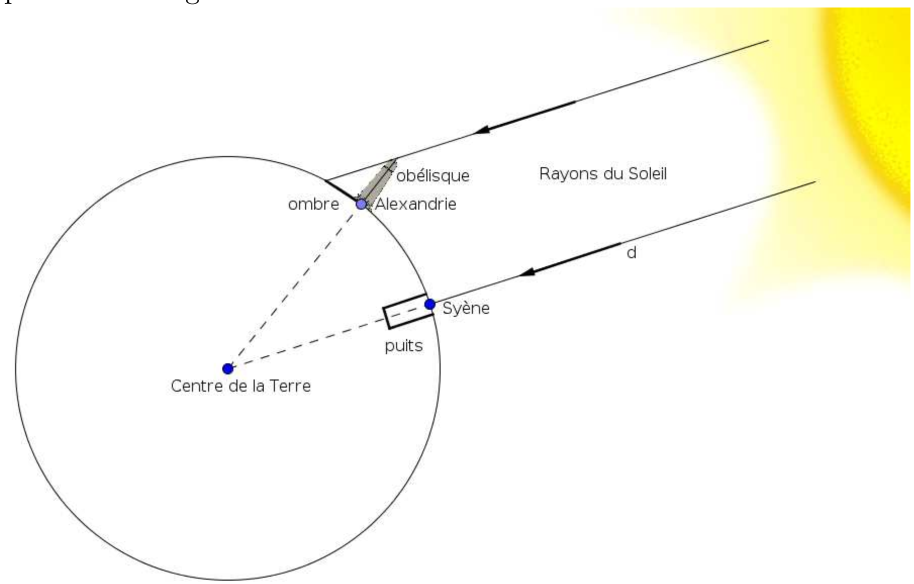
Exercice V

Les deux berges d'une rivière sont parallèles. On a mesuré certains angles lors d'une traversée de cette rivière, cette traversée se faisant avec deux étapes.
Les informations connues figurent sur la figure ci-contre.
Déterminez la valeur de x.



Exercice VI

Etymologiquement, la géométrie est l'art de mesurer la Terre.
Revenons plus de 2200 ans en arrière, quand Eratosthène, savant grec travaillant en Egypte eût une idée géniale.
Eratosthène apprend qu'à Syène (aujourd'hui Assaouan), le jour du solstice d'été, à midi, le Soleil est à la verticale : en effet ses rayons éclairent le fond des puits.
Cependant, au même moment, ceci n'est pas le cas à Alexandrie, où il peut observer l'ombre d'un obélisque : le Soleil n'est donc plus à la verticale.
Ce fait qui nous apparaitrait comme relativement banal inspire Eratosthène.
Il sait que l'obélisque fait 12 mètres de hauteur (grâce à l'idée de Thalès par exemple...) et mesure l'ombre de celui-ci : 1,516 m.
Ératosthène demande ensuite à un bématiste (arpenteur de l'Égypte antique) de mesurer la distance entre Syène et Alexandrie. La distance obtenue était de 5 000 stades (un stade vaut 500 pieds = 157,50 m).
Syène et Alexandrie sont considérés comme situés sur le même méridien, on peut faire la figure suivante :

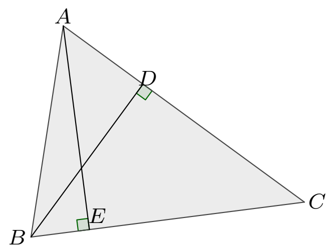


En déduire une mesure de la circonférence de la Terre (ainsi que son rayon).

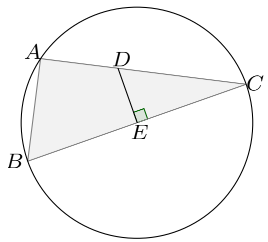
Exercice VII

1°) a) Trouvez un angle de même mesure que $\widehat{DBC}$.

b) On suppose que $\widehat{DBC} = 46°$.
Déterminez tous les angles possibles de cette figure.



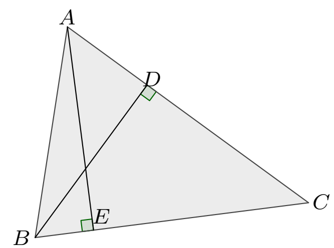
2°) Sur la figure ci-contre, E est le milieu de $[BC]$ et le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Quels sont les deux angles à côtés perpendiculaires dans cette figure ?



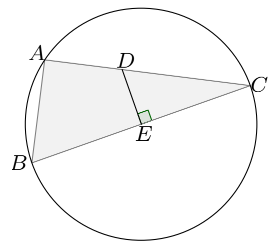
Exercice VII

1°) a) Trouvez un angle de même mesure que $\widehat{DBC}$.

b) On suppose que $\widehat{DBC} = 46°$.
Déterminez tous les angles possibles de cette figure.



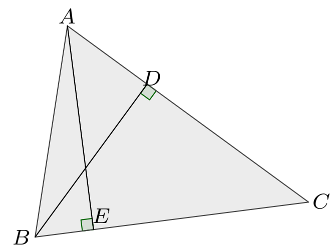
2°) Sur la figure ci-contre, E est le milieu de $[BC]$ et le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Quels sont les deux angles à côtés perpendiculaires dans cette figure ?



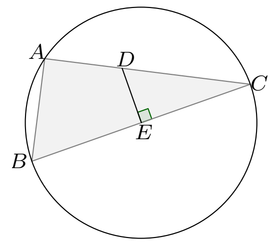
Exercice VII

1°) a) Trouvez un angle de même mesure que $\widehat{DBC}$.

b) On suppose que $\widehat{DBC} = 46°$.
Déterminez tous les angles possibles de cette figure.



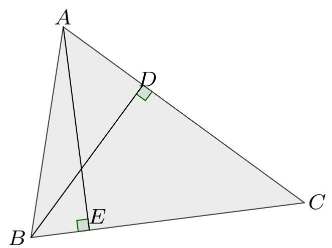
2°) Sur la figure ci-contre, E est le milieu de $[BC]$ et le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Quels sont les deux angles à côtés perpendiculaires dans cette figure ?



Exercice VII

1°) a) Trouvez un angle de même mesure que $\widehat{DBC}$.

b) On suppose que $\widehat{DBC} = 46°$.
Déterminez tous les angles possibles de cette figure.



2°) Sur la figure ci-contre, E est le milieu de $[BC]$ et le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Quels sont les deux angles à côtés perpendiculaires dans cette figure ?