TP : études de fonctions liées à la géométrie

Exercice I : les fonctions avec Geogebra

Il existe deux modes de Geogebra essentiels concernant les fonctions :

- le mode « Graphique (2D) », où peuvent cohabiter des courbes de fonctions, des points, des vecteurs, etc. Les calculs qui y sont faits sont en valeur approchée.
- Le mode « Calcul formel » qui permet des calculs en valeur exacte.

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+1}{x^2+3}$.

Mode Graphique	**Affichage de la courbe de f :** tapez dans Saisie: (3x^2 - 5x+1)/(x^2+3) Geogebra appelle cette fonction f. On pouvait aussi taper : f(x)=(3x^2 - 5x+1)/(x^2+3) **Placement d'un point sur la courbe, trois cas de figures :** • utiliser pour placer un point quelconque sur la courbe, qu'on pourra ensuite déplacer avec ; • taper dans Saisie : (1/3,f(1/3)) pour placer le point d'abscisse 1/3 (et avoir au passage l'image *approximative* de 1) ; • taper dans Saisie : y = 2 pour tracer la droite d'équation y = 2 puis utiliser l'outil pour obtenir les points de la courbe d'ordonnée 2.

Mode Calcul formel	Ouvrez une nouvelle fenêtre et affichez le mode « Calcul formel ». Entrez ceci : f(x)=(3x^2 - 5x+1)/(x^2+3) rien ne se passe. Entrez maintenant ceci : f(x) :=(3x^2 - 5x+1)/(x^2+3) et la fonction f est définie pour Geogebra.

Remarque : dans le mode « Calcul formel », le = sert surtout dans les équations ; pour définir une fonction dans ce mode, on utilise un := à la place du =.

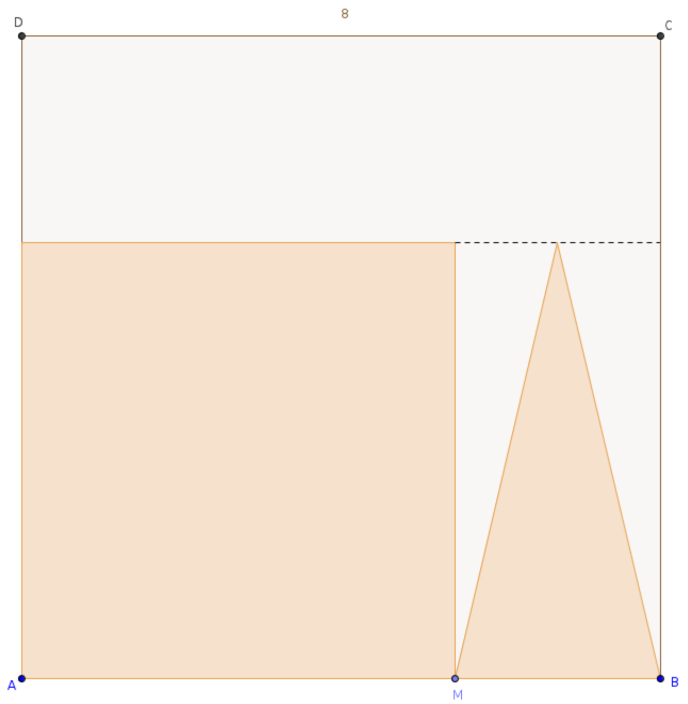
	Pour calculer l'image *exacte* de 1/3, on tape : f(1/3) Pour trouver les abscisses des points d'ordonnée 2, on peut taper : Résoudre(f(x)=2)

Exercice II : les fonctions avec Geogebra

Soit *ABCD* un carré de côté 8. On place sur le segment [*AB*] un point *M* (mobile) et on construit, à l'intérieur du carré *ABCD* :

- un petit carré ;
- un triangle

de la façon décrite sur cette figure :



On obtient ainsi un logo formé du petit carré et du triangle.

On s'intéresse dans cet exercice à l'aire de ce logo.

On s'intéresse aux trois problèmes indépendants suivants :

- **problème 1 :** quelle est l'aire quand $AM = 5$?
- **problème 2 :** pour quelle position de *M* l'aire est-elle maximale ?
- **problème 3 :** pour quelle position de *M* l'aire est-elle égale à 30 ?

Approche 1 : utilisation de la figure

	1°) Recréez la figure dans Geogebra et répondez aux problèmes en valeur approchée.

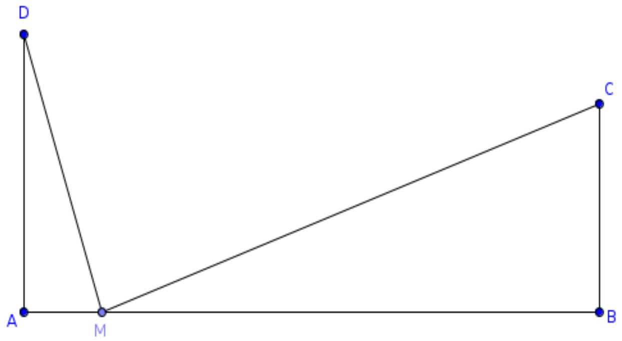
Approche 2 : utilisation d'une fonction

	2°) Trouvez une fonction qui donne l'aire du logo en fonction de la position de *M*.

	3°) En utilisant cette fonction, retrouvez les réponses aux trois problèmes en valeur approchée puis en valeur exacte.

Exercice III

On considère la figure ci-dessous, pour laquelle $AB = 8$, $AD = 4$ et $BC = 3$ et où M est un point variable sur le segment $[AB]$.



Problèmes :

- **problème 1 :** pour quelle(s) position(s) de M les longueurs DM et MC sont-elles égales ?
- **problème 2 :** pour quelle(s) position(s) de M les droites (DM) et (MC) sont-elles perpendiculaires ?

Approche informatique

	Reproduisez la figure et conjecturez les solutions (approchées) aux deux problèmes.

Approche géométrique (construction)

	1°) Par quelle construction géométrique obtient-on le (ou les) point(s) M dans le cas du problème 1 ? 2°) Même question pour le problème 2. Indication : pensez au segment $[DC]$.

Approche numérique

	3°) a) On note x la longueur AM. Écrivez en fonction de x les nombres DM^2 et MC^2. b) Résoudre alors le problème 1. 4°) a) Calculez la longueur DC. b) Dans le cadre du problème 2, en utilisant le fait que DMC est rectangle, prouvez que x est solution de l'équation $x^2 - 8x + 12 = 0$. c) Déduisez-en la réponse exacte au problème 2.

	Vérifiez la réponse au c).