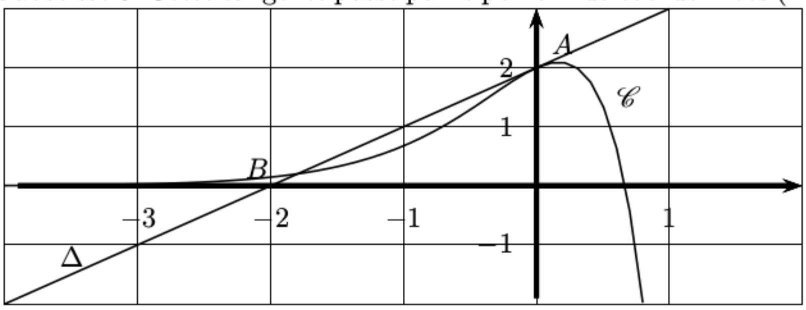
TP : révisions pour le CCF

Exercice I : étude de fonctions

L'exercice suivant a été fait en classe. Nous voyons ici comment répondre à *certaines questions* avec Geogebra (pour les questions avec l'icône ou sans icône).

1°) La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente dans un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)\,\mathrm{e}^{2x}$, où a et b sont des nombres réels. La droite Δ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0. Cette tangente passe par le point B de coordonnées $(-2, 0)$.



a) Déterminer graphiquement $f(0)$.
b) Déterminer, graphiquement ou par le calcul, $f'(0)$.
c) Déterminer les valeurs des nombres réels a et b.

Dans la suite on admet que $f(x) = (-3x + 2)\,\mathrm{e}^{2x}$.

2°) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3°) Donnez, par lecture graphique, l'équation d'une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$. En admettant ce résultat, donnez une limite pour f.

4°) a) Démontrer que, pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = (1 - 6x)\,\mathrm{e}^{2x}$;
b) Résoudre $f'(x) \geq 0$; en déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

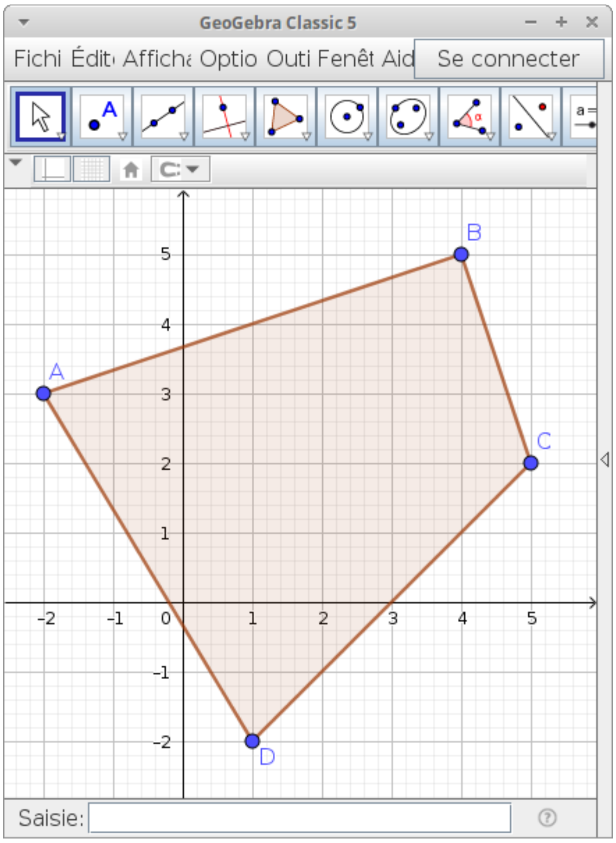
Question 1°) c) : utilisation des curseurs

Dans la partie Saisie, entrez l'expression de f(x).
Placez le point A et la tangente en A.
Cherchez les valeurs de a et de b pour que la courbe ressemble à celle de l'énoncé.

Si on doit chercher des valeurs plus précises de a et de b (par exemple à 0,01 près), on peut changer l'incrément et la taille des curseurs : modifiez le curseur a pour le faire varier de – 10 à 10 avec un incrément de 0,01.

Question 2°) et 4°) : utilisation du calcul formel
Utilisez le mode Calcul formel pour trouver les réponses à ces questions.

Exercice II : coordonnées



Avec Geogebra, donnez :
– les coordonnées du milieu de [AC] ;
– la longueur exacte AB ;
– l'aire du quadrilatère ABCD ;
– une équation de chacune des droites (AB) et (DC) puis les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites ;
– la mesure de l'angle en B du quadrilatère ABCD ;
– représentez le cercle circonscrit au triangle ABC ;
– l'aire du disque correspondant.

Retrouvez toutes ces réponses sans Geogebra.

Exercice III : statistiques et probabilités (d'après sujet AEA 2003)

Partie A : étude d'un échantillon.

Dans la production d'une journée, on étudie un échantillon de 200 pieds, dont on mesure le longueurs. On obtient la série suivante :

Longueur en cm	[70,6 ; 70,7[	[70,7 ; 70,8[	[70,8 ; 70,9[	[70,9 ; 71,0[	[71,0 ; 71,1[	[71,1 ; 71,2[	[71,2 ; 71,3[	[71,3 ; 71,4[
Effectif	2	6	20	40	48	48	32	4

1°) Calculer, à 0,1 mm près, la longueur moyenne et l'écart-type de cette série.

2°) Un pied de table n'est pas utilisable si sa longueur est inférieure à 70,8 cm. Quel est dans cet échantillon le pourcentage de pieds défectueux ?

Partie B : réglage de la machine.

La longueur moyenne des pieds peut varier d'un jour à l'autre. La fabrication est jugée acceptable tant que la longueur moyenne des pieds est supérieure ou égale à 70,8 cm. Le tableau suivant contient les longueurs moyennes en cm des pieds au cours des 7 premiers jours de fabrication.

Jour x_i	0	1	2	3	4	5	6
Longueur moyenne y_i	71	70,99	70,98	70,97	70,95	70,92	70,90

1°) Représenter le nuage des points $M_i\,(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal, avec pour unités :

En abscisse : 2 cm pour 1 jour.

En ordonnée : 1 cm pour 0,1 cm (commencer la graduation à 70,0 cm).

2°) Un ajustement affine de ce nuage de points semble-t-il approprié ? Justifier.

3°) À l'aide de la calculatrice, donner :

a) le coefficient de corrélation entre x et y à 10^{-2} près ;

b) une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (*arrondir les coefficients à 4 décimales*).

4°) A l'aide de cette équation de droite, déterminer au bout de combien de jours il faudra à nouveau régler la machine.

Partie C : les pièces défectueuses.

Dans cette partie, on considère que la probabilité qu'un pied de table, pris au hasard dans la production, ne soit pas utilisable est 0,04.

On prélève dans la production, au hasard, et avec remise, un échantillon de 100 pieds.

Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque prélèvement de 100 pieds le nombre de pieds défectueux.

1°) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.

2°) Calculer à 10^{-3} près la probabilité de chacun des événements suivants :

a) Parmi les 100 pieds, aucun n'est défectueux.

b) Parmi les 100 pieds, au moins un est défectueux.

3°) On décide d'approcher la loi de X par une loi de Poisson.

a) Préciser ses paramètres.

b) Calculer alors la probabilité qu'il y ait au plus un pied défectueux.

Exercice IV : statistiques et probabilités (d'après BTS grp B 2006)

Une entreprise fabrique des chaudières de deux types :

– des chaudières dites « à cheminée »,

– des chaudières dites « à ventouse ».

A. Ajustement affine

Le nombre de chaudières fabriquées lors des années précédentes est donné par le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de chaudières fabriquées par milliers : y_i	15,35	15,81	16,44	16,75	17,19	17,30

1°) À l'aide d'une calculatrice, déterminer :

a) le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double de variables x et y ; arrondir à 10^{-2} ;

b) déterminer une équation de la droite de régression de y en x, sous la forme $y = ax + b$, où a sera arrondi à 10^{-3} et b sera arrondi à l'unité.

2°) En supposant que la tendance observée se poursuive pendant deux années, estimer le nombre de chaudières qui seront fabriquées l'année de rang 7.

B. Probabilités conditionnelles

L'entreprise a fabriqué en un mois 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse. Dans ce lot, 1 % des chaudières à cheminée sont défectueuses et 5 % des chaudières à ventouse sont défectueuses.

On prélève au hasard une chaudière dans la production de ce mois. Toutes les chaudières ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

A : « La chaudière est à cheminée » ;

B : « La chaudière est à ventouse » ;

D : « La chaudière présente un défaut ».

1°) Déterminer $P(A)$, $P(B)$, $P(D/A)$ et $P(D/B)$.

2°) Calculer $P(D \cap A)$ et $P(D \cap B)$.

3°) En remarquant que $D = (D \cap A) \cup (D \cap B)$ et que les événements $D \cap A$ et $D \cap B$ sont incompatibles, calculer $P(D)$ et $P(\bar{D})$.

Exercice V : statistiques et probabilités (d'après sujet AEA 2006)

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-2} près,

Les panneaux MDF de 40 mm d'épaisseur sont fabriqués en série par l'usine PANCOL.

1°) Afin de vérifier le bon réglage de la chaîne de production, on a mesuré l'épaisseur, en mm, de 100 panneaux. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

x_i : épaisseur en mm	[39,7 ; 39,8[	[39,8 ; 39,9[	[39,9 ; 40,0[	[40,0 ; 40,1[	[40,1 ; 40,2[	[40,2 ; 40,3]
n_i : effectifs	1	12	36	41	8	2

Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

(On remplacera chaque classe par son centre affecté de J'effectif correspondant).

Sachant que la tolérance relative à l'épaisseur est de $\pm 0,20$ mm, calculer le pourcentage de panneaux acceptables du point de vue de leur épaisseur.

3°) On suppose désormais que la probabilité qu'un panneau ne soit pas acceptable est $p = 0,05$.

Un grossiste achète à l'entreprise PANCOL les panneaux de MDF d'épaisseur 40 mm par lots de 200 panneaux. La constitution d'un lot est assimilée à un tirage de 200 panneaux avec remise. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 200 panneaux, associe le nombre de panneaux qui ne sont pas acceptables dans ce lot.

Quelle est la loi de probabilité de Y ?

Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de Y.

Exercice VI : statistiques et probabilités (d'après sujet AEA 2011)

Une entreprise dispose d'une machine pour produire des tiges métalliques.
Une tige métallique est déclarée conforme si sa longueur est comprise entre 19,5 et 20,5 cm.

Partie A

On suppose que la probabilité qu'une pièce produite soit non conforme est de $0,1$.
On prélève au hasard dans la production de tiges métalliques produites un échantillon de 50 tiges. La production est suffisamment importante pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire qui à tout échantillon de taille 50 associe le nombre de tiges non conformes.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X, dont on précisera les paramètres ? (Justifier.)
2. Calculer la probabilité que l'échantillon comporte au plus une tige non confonne.

Partie B

Pour vérifier le dérèglement éventuel de la machine, une tige témoin est prélevée toutes les demi-heures. On obtient ainsi les résultats suivants : ($t = 0$ correspondant à 9 h.)

t_i : temps en *heure*	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
L_i : Longueur de la tige témoin en *cm*	20,01	20,04	20,07	20,15	20,18	20,22	20,25	20,31	20,35

1. Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique $(t_i ; L_i)$ dans un repère orthogonal du plan. (On utilisera l'annexe fournie avec une unité pour une demi-heure en abscisse et une unité pour 0,05 cm et l'origine est (0 ; 20).
2. Un ajustement affine de ce nuage de points semble-t-il approprié ? (Justifier.)
3. À l'aide de la calculatrice, donner une équation, sous la forme : $L = at + b$, de la droite d'ajustement affine de L en t par la méthode des moindres carrés (on arrondira a au millième et b au millième).

   Tracer cette droite.
4. La machine doit être systématiquement réglée dès que la tige témoin devient non conforme.

   En utilisant l'ajustement affine précédent, déterminer l'heure à laquelle il faudra régler la machine.