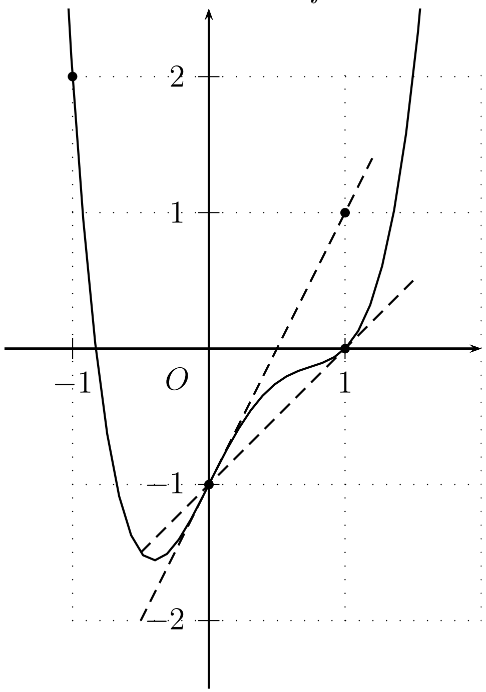
# Dérivation : suppléments

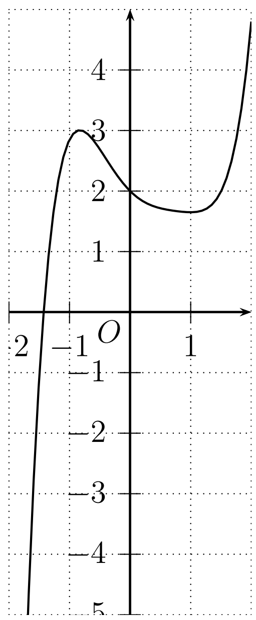
**Exercice I**

Soit $f$ et $g$ deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ dont les courbes représentatives sont données (les droites en tirets indiquent des tangentes à la courbe) :

Courbe de $f$




Courbe de $g$




On admettra que $f$ et $g$ sont des fonctions polynômes du quatrième et du cinquième degré respectivement.

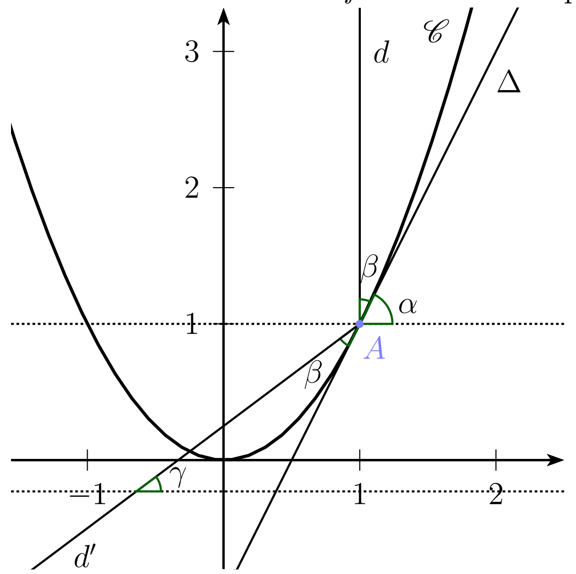
**1°)** Par lecture graphique, dresser les tableaux de signes de $f(x)$, de $f'(x)$, de $g(x)$ et de $g'(x)$. Que remarque-t-on ? Quelle conjecture peut-on faire ?

**2°)** On admet que la conjecture faite ci-dessus est juste. Trouver l'expression de $g(x)$.

Réponse : deux $x$ puissance 5 sur 5 moins trois $x$ puissance 4 sur 4 plus $x$ au carré plus 2

**Exercice II (une propriété des paraboles)**

On considère la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.




Soit $A$ un point de $\mathscr{C}$ et $\Delta$ la tangente en $A$ à la courbe $\mathscr{C}$. Cette tangente forme un angle de mesure $\alpha$ avec l'horizontale.

Une droite $d$, parallèle à l'axe des ordonnées coupe la courbe $\mathscr{C}$ en un point $A$ et « se réflechit sur la parabole » en une droite $d'$ : l'angle entre $d$ et la tangente $\Delta$ est égal à l'angle entre $\Delta$ et $d'$. Cet angle commun a pour mesure $\beta$.

**1°)** On se place dans le cas où $A$ a pour abscisse 1. Déterminer une valeur approchée de $\alpha$, de $\beta$ puis de $\gamma$.

**2°)** **a)** Dans le cas général, donner une relation entre $\gamma$ et $\alpha$.

**b)** En déduire $\tan\gamma$ en fonction de $\tan\alpha$ (utiliser les formules d'addition et de duplication de cosinus et de sinus : voir formulaire).

**c)** En déduire l'équation réduite de $d'$. Que remarque-t-on ?