Exercices : Statistique descriptive à deux variables

Exercice I (extrait du sujet AEA 2005)

Une chaîne de magasins commercialise des lampes de salon, elle souhaite étudier l'évolution du nombre de lampes vendues en fonction du nombre de magasins dans lesquels la lampe est proposée.
Le tableau suivant présente cette évolution.

Nombre de magasins x_i	15	40	70	90	100	150
Nombre de lampes vendues y_i	60	254	362	504	615	810

On décide d'ajuster cette série statistique à deux variables par la méthode des moindres carrés.

1°) Déterminer à l'aide de la calculatrice le coefficient de corrélation de cette série. Est-on dans des conditions satisfaisantes pour réaliser un ajustement affine ?

2°) Déterminer à la calculatrice une équation de la droite de régression de y en x sous la forme $y = mx + p$, avec m et p arrondis à 10^{-2}.

3°) En déduire une estimation du nombre de lampes vendues, si la chaîne présente celles-ci dans 400 magasins.

Exercice II (thermique)

Lors d'une augmentation de température, les objets se dilatent.
On cherche à mesurer le coefficient de dilatation thermique α d'un certain type de métal en observant la variation de la longueur d'une barre constituée de ce métal. On observe les longueurs suivantes, en fonction des variations de températures :

ΔT (en degrés)	10	20	30	40	50	60
ℓ (en mm)	5000,67	5001,16	5001,7	5002,32	5003,02	5003,55

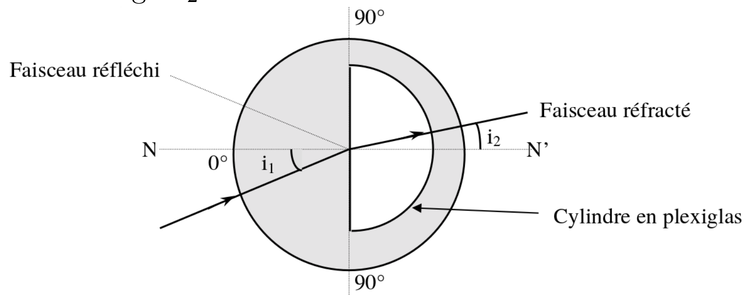
1°) En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminez la longueur initiale L de la barre métallique (arrondir à l'entier).

2°) Quelle devrait être la longueur de cette barre pour une augmentation de température de 100 degrés ?

3°) La relation entre ΔL et ΔT est : $\Delta L = \alpha.L.\Delta T$ où α est le coefficient de dilatation thermique.
Donnez une valeur approchée à 10^{-6} près de α.

Exercice III (optique)

Le phénomène de réfraction s'observe lors qu'un faisceau lumineux change d'un milieu de propagation à un autre d'indice de réfraction différent (nature du milieu). Un expérimentateur utilise un laser dirigé vers un demi-cylindre et fait varier l'angle d'incidence i_1 pour les valeurs de 0° à 90°, et mesure dans chacun des cas l'angle i_2 de réfraction.



Les résultats sont regroupés dans ce tableau :

i_1	0	20	40	60	80	89
i_2	0	13	26	37	43	44

Trouvez une relation entre $\sin i_1$ et $\sin i_2$ (arrondir les coefficients au centième).
En utilisant la relation de Snell-Descartes : $\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$, trouvez l'indice de réfraction n_2 du plexiglas (l'indice de l'air est $n_1 = 1$).

Exercice IV (d'après BTS groupement D, 2001)

Suite à un incident nucléaire, on a consigné dans le tableau suivant, les résultats fournis par un appareil de mesure de la radioactivité. Les N_i représentent le nombre de particules mesurées par l'appareil en une seconde.

t_i en heures	0	1	2	3	4	5	6
N_i	170	102	63	39	24	16	9

1°) Un ajustement affine est-il pertinent ?

2°) Donnez les valeurs de $z_i = \ln(N_i - 2)$ (pour tout i variant de 0 à 6) arrondies au millième le plus proche.

3°) Donnez le coefficient de corrélation linéaire de la série $(t_i\,;\,z_i)$ et une équation de la droite de régression de z en t (coefficients arrondis au milllième).

4°) Donnez l'expression de N en fonction de t déduite de cet ajustement.

5°) En supposant que l'expression obtenue en 3°) reste valable, déterminer à partir de quel relevé on obtiendra une valeur de N inférieure ou égale à 3.