

Exercices : Statistique à une variable

Exercice I

On donne la répartition d'un groupe d'enfants par tailles (en cm) :

taille (en cm)	effectif
[80 ; 90[3
[90 ; 95[15
[95 ; 100[22
[100 ; 105[18
[105 ; 110[12
[110 ; 120]	5

- 1°) Donnez la moyenne \bar{x} .
- 2°) Donnez l'écart type σ , puis le pourcentage d'enfants dont la taille est comprise dans les intervalles suivants :
 - a) $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$
 - b) $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$.

Exercice II

On a recensé ci-dessous les résultats d'une classe de terminale lors d'un bac blanc.

Notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Éco	0	3	5	8	4	5	0	2	0	0	2	1
Maths	3	0	5	0	8	0	3	4	0	1	4	2
Anglais	1	0	2	1	4	3	5	0	3	6	3	2

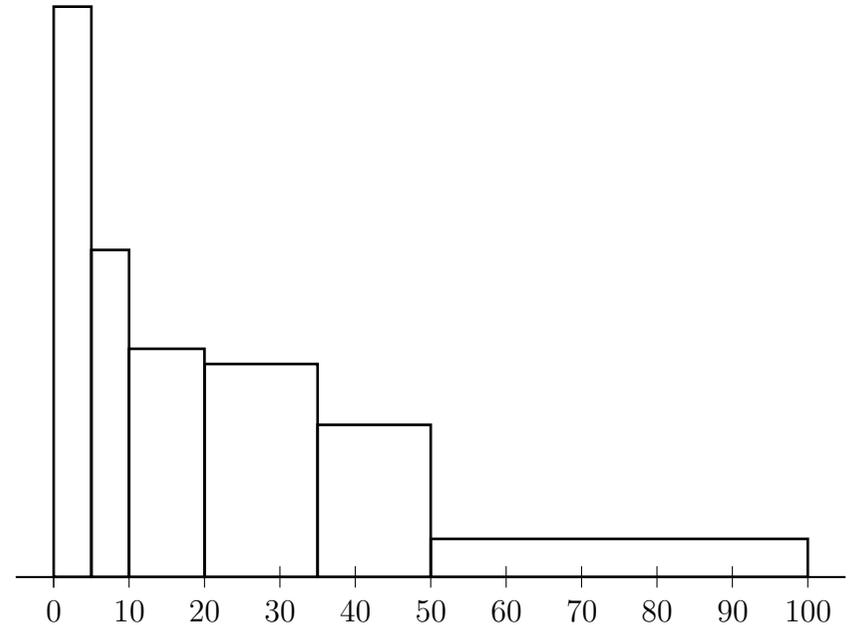
- 1°) Recopier et compléter le tableau (on détaillera les calculs dans un tableau statistique et arrondira les résultats à 10^{-2} près) :

Épreuve	Économie	Maths	Anglais
Moyenne		10,30	11,60
Médiane			
Écart-type		3,33	2,88

- 2°) Quelle est l'épreuve qui a été la mieux réussie ?
- 3°) Quelle est celle dont les résultats ont été les plus homogènes (comparez les étendues, les intervalles interquartile puis les écart-types) ?
- 4°) Pour l'anglais, quel est le pourcentage d'élèves ayant une note :
 - a) supérieure ou égale à 10 ?
 - b) comprise dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma_x; \bar{x} + \sigma_x]$?

Exercice III

L'histogramme ci-dessous représente la répartition des 18 600 exploitations agricoles de la Sarthe en fonction de leur superficie exprimée en hectares. Un hectare est représenté par 1 mm en abscisse.



- 1°) Déterminer les classes, les centres de classes, les effectifs par classes, les fréquences par classes et les fréquences cumulées croissantes. Présenter ces résultats dans un tableau.
- 2°) Donner la moyenne de cette série statistique.
- 3°) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes et déterminer les trois quartiles par la méthode d'interpolation linéaire.

Exercices : Statistique à une variable (suite)

Exercice IV (changement de variable $X = x - a$)

Il est parfois intéressant de faire un "changement de variable", en posant $X = x - a$ (a étant un nombre donné). On admet que ce changement de variable ne modifie pas l'écart type ($\sigma_X = \sigma_x$) et qu'il ne fait que "translater" la moyenne ($\bar{X} = \bar{x} - a$).

Par exemple, on considère la série de valeurs suivante :

Valeurs x_i	153	151	160	148	152
Effectifs n_i	2	7	3	10	5

- 1°) Dresser le tableau des effectifs du caractère $X = x - 150$.
- 2°) a) Donner la moyenne et l'écart type de la nouvelle série obtenue.
b) En déduire ceux de la série de départ.

Exercice V (un exercice de BTS)

Le responsable d'un magasin de matériel pour les laboratoires a relevé, pendant une semaine, le montant en euros des achats de 200 clients.

Les résultats figurent dans le tableau suivant :

Montants des achats (x_i)	Nombre de clients (n_i)
[50 , 150[10
[150 , 250[22
[250 , 350[52
[350 , 450[62
[450 , 550[36
[550 , 650[14
[650 , 750[4

- 1°) Quel est le pourcentage des clients dont le montant des achats est situé dans l'intervalle [250 , 550[?
- 2°) Dresser le tableau des fréquences cumulées croissantes de cette série statistique.

- 3°) Représenter l'histogramme des fréquences cumulées croissantes de cette série statistique. On prendra comme unités 1 cm pour 50 francs sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 0,1 sur l'axe des ordonnées.
- 4°) On suppose que, dans chaque classe, les éléments sont répartis de manière uniforme. On peut alors remplacer l'histogramme par la ligne brisée définie par le point d'abscisse 50 et d'ordonnée 0 et chacun des sommets supérieurs droits des rectangles.
- a) Tracer cette ligne brisée.
- b) On admet que cette série a pour moyenne $\bar{x} = 375$ F et pour écart type $\sigma = 131,43$ F.
Par lecture du graphique précédent, estimer le pourcentage de clients dont le montant d'achat est compris entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.
- c) Déterminer par le calcul une valeur approchée à 1 près de l'abscisse du point I de la ligne brisée d'ordonnée 0,5. Vérifier sur le graphique. Que représente cette abscisse?

Exercice VI (pour vous entraîner)

Un commerçant comptabilise les montants des achats effectués.

Montant des chèques (en euros)	Effectif
[0 ; 60[2
[60 ; 80[4
[80 ; 100[9
[100 ; 150[17
[150 ; 200[16

- 1°) Construire l'histogramme des effectifs de cette série.
- 2°) Construire les polygones des effectifs cumulés.
- 3°) Calculer la moyenne \bar{x} du montant des chèques.
- 4°) Déterminer, d'abord graphiquement puis par le calcul, la médiane et les quartiles.
- 5°) Calculer l'écart-type σ .
- 6°) Est-il vrai que 50 % des chèques ont un montant situé dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$?