

## I. Fonctions affines et affines par morceaux

### 1) Définition

Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  (où  $a$  et  $b$  sont des nombres donnés) est une **fonction affine**.

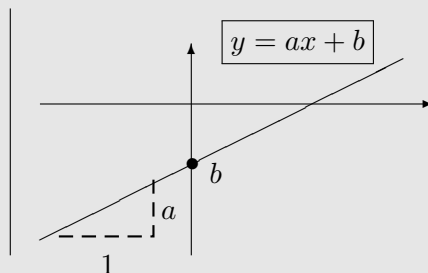
EXEMPLE 1 : les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par les formules suivantes :

$$f_1(x) = 2x + 7, \quad f_2(x) = -5x + 1, \quad f_3(x) = \sqrt{2} - \pi x$$

sont des fonctions affines.

### 2) Courbe représentative

La courbe de la fonction affine  $f$  d'expression  $f(x) = ax + b$  est la droite d'équation  $y = ax + b$  (donc une droite non parallèle à l'axe des ordonnées). Le nombre  $a$  est le **coefficient directeur** de cette droite et  $b$  est son **ordonnée à l'origine**.



### 3) Recherche de la fonction affine dont la courbe passe par deux points A et B

#### Propriété 1

On utilise les formules  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$  et  $b = y_A - ax_A = y_B - ax_B$ .

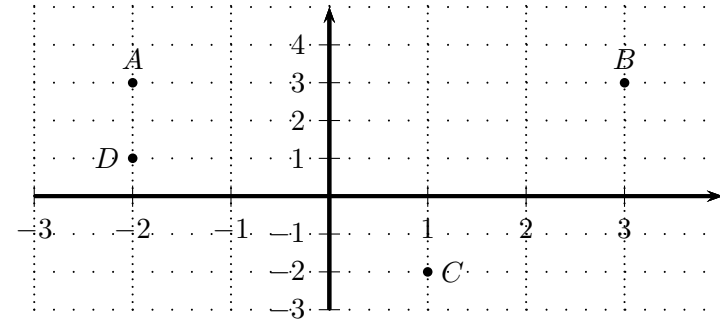
EXEMPLE 2 : trouver la fonction affine dont la courbe passe par A (1 ; 4) et B (5 ; -8).

Réponse : soit  $f$  cette fonction ; on a alors  $f(x) = ax + b$  où

$$a = \frac{-8 - 4}{5 - 1} = \frac{-12}{4} = -3 \text{ et } b = y_A - ax_A = 4 - (-3) \times 1 = 7.$$

Donc  $f(x) = -3x + 7$ .

## Exercice I



- 1° a) Combien de droites peut-on former avec ces quatre points ?  
b) Parmi celles-ci, laquelle ne peut être la courbe représentative d'une fonction affine ?
- 2° Trouver une fonction affine dont la courbe passe par A et C.
- 3° Même question avec B et D.
- 4° Déterminer le point d'intersection de (AC) et de (BD).

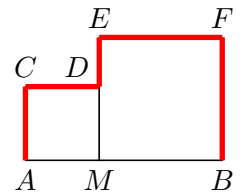
## 4) Variations

### Propriété 2

Une fonction affine de coefficient  $a$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$  si  $a > 0$  et strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$  si  $a < 0$ .

## Exercice II

$[AB]$  est un segment de longueur 4 cm et  $M$  un point variable de ce segment. On a construit les carrés  $AMDC$  et  $MBFE$ . On s'intéresse à la longueur de la ligne brisée  $ACDEFB$ .



- 1° Calculer cette longueur quand  $AM = 1$  puis quand  $AM = 2,5$ .
- 2° On pose  $AM = x$  et on appelle  $f(x)$  la longueur de la ligne brisée  $ACDEFB$ . Donner une expression de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
- 3° En déduire les variations de  $f$  sur  $[0 ; 4]$ .

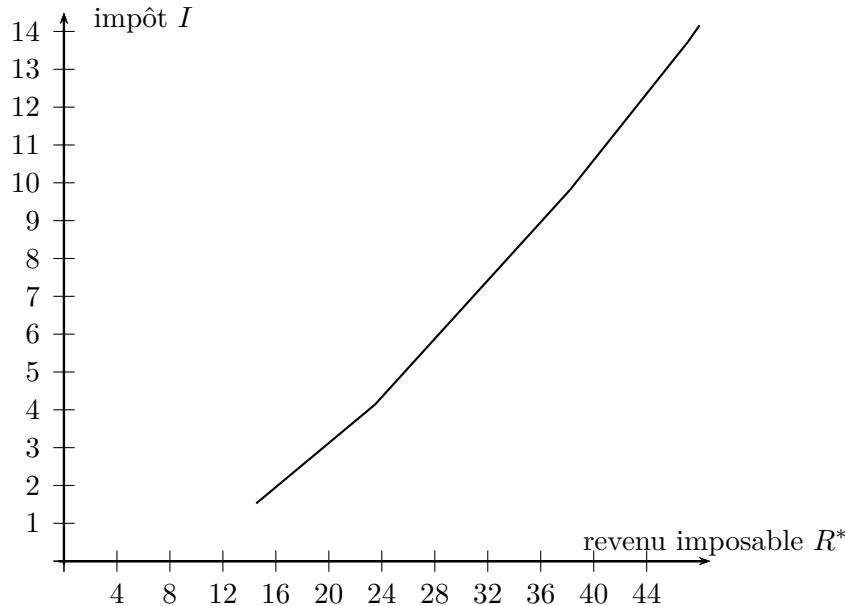
### Exercice III (calcul de l'impôt sur le revenu)

**Document 1 :** montant de l'impôt en fonction du quotient familial.

Le revenu imposable  $R^*$  se calcule à partir du salaire annuel net. Le nombre de part  $N$  est calculé en fonction du nombre de personnes dans le foyer. Le quotient familial  $Q$  est égal à  $R^*/N$ . L'impôt  $I$  se calcule alors par un système de tranches :

Si $Q \leq 4191 \text{ €}$	l'impôt $I$ est égal à 0
Si $Q > 4191 \text{ €}$ et $Q \leq 8242 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,0705) - (295,47 \times N)$
Si $Q > 8242 \text{ €}$ et $Q \leq 14506 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,1974) - (1341,38 \times N)$
Si $Q > 14506 \text{ €}$ et $Q \leq 23489 \text{ €}$	$I = \dots\dots\dots$
Si $Q > 23489 \text{ €}$ et $Q \leq 38218 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,3854) - (4912,91 \times N)$
Si $Q > 38218 \text{ €}$ et $Q \leq 47131 \text{ €}$	$I = \dots\dots\dots$
Si $Q > 47131 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,4958) - (9634,87 \times N)$

**Document 2 :** courbe indiquant le montant de l'impôt  $I$  en fonction du revenu imposable  $R$  pour un célibataire ( $N = 1$  part), l'unité étant le millier d'euros.



- 1°) Calculez le montant de l'impôt dans les cas suivants :
  - a) Bob, célibataire ( $N = 1$  part) avec un revenu imposable de 14 000 €.
  - b) Lucie et Lucien sont mariés avec trois enfants ( $N = 4$  parts) et ont un revenu imposable de 21 340 €.

*Dans la suite, nous ne considérerons que le cas des célibataires ( $N = 1$  part). Dans ce cas,  $Q = R^*$ .*

- 2°) Construisez sur le document 2 les segments correspondant aux trois premières tranches.
- 3°) a) Calculez l'impôt correspondant à  $R^* = 38218 \text{ €}$  puis à  $R^* = 47131 \text{ €}$ .  
 b) En déduire la formule donnant l'impôt pour la sixième tranche.  
 c) Procéder de même pour la quatrième tranche.
- 4°) a) Indiquez, par lecture graphique, le revenu imposable  $R^*$  correspondant à un impôt de 9000 euros.  
 b) Donnez une valeur plus précise par le calcul.
- 5°) Fred voit son revenu imposable augmenter de 300 € tout en restant dans la seconde tranche. De combien augmente son impôt? Même question s'il était dans la quatrième tranche (on pourra penser au graphique et à la notion de coefficient directeur).