

I. Fonctions affines et affines par morceaux

1) Définition

Une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ (où a et b sont des nombres donnés) est une **fonction affine**.

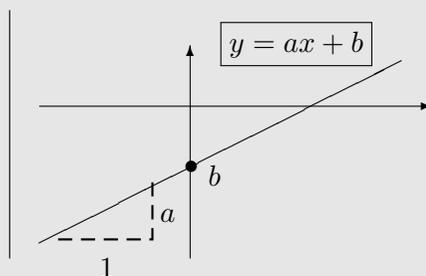
EXEMPLE 1 : les fonctions définies sur \mathbb{R} par les formules suivantes :

$$f_1(x) = 2x + 7, \quad f_2(x) = -5x + 1, \quad f_3(x) = \sqrt{2} - \pi x$$

sont des fonctions affines.

2) Courbe représentative

La courbe de la fonction affine f d'expression $f(x) = ax + b$ est la droite d'équation $y = ax + b$ (donc une droite non parallèle à l'axe des ordonnées). Le nombre a est le **coefficient directeur** de cette droite et b est son **ordonnée à l'origine**.



3) Recherche de la fonction affine dont la courbe passe par deux points A et B

Propriété 1

On utilise les formules $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $b = y_A - ax_A = y_B - ax_B$.

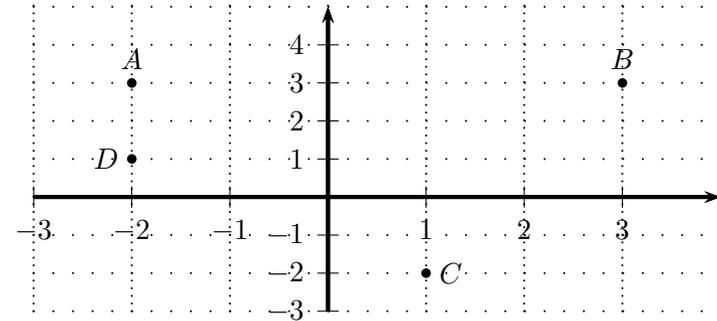
EXEMPLE 2 : trouver la fonction affine dont la courbe passe par A (1 ; 4) et B (5 ; -8).

Réponse : soit f cette fonction ; on a alors $f(x) = ax + b$ où

$$a = \frac{-8 - 4}{5 - 1} = \frac{-12}{4} = -3 \text{ et } b = y_A - ax_A = 4 - (-3) \times 1 = 7.$$

Donc $f(x) = -3x + 7$.

Exercice I



- 1° a) Combien de droites peut-on former avec ces quatre points ?
b) Parmi celles-ci, laquelle ne peut être la courbe représentative d'une fonction affine ?
- 2° Trouver une fonction affine dont la courbe passe par A et C.
- 3° Même question avec B et D.
- 4° Déterminer le point d'intersection de (AC) et de (BD).

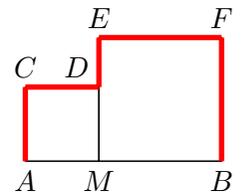
4) Variations

Propriété 2

Une fonction affine de coefficient a est strictement croissante sur \mathbb{R} si $a > 0$ et strictement décroissante sur \mathbb{R} si $a < 0$.

Exercice II

$[AB]$ est un segment de longueur 4 cm et M un point variable de ce segment. On a construit les carrés $AMDC$ et $MBFE$. On s'intéresse à la longueur de la ligne brisée $ACDEFB$.



- 1° Calculer cette longueur quand $AM = 1$ puis quand $AM = 2,5$.
- 2° On pose $AM = x$ et on appelle $f(x)$ la longueur de la ligne brisée $ACDEFB$. Donner une expression de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
- 3° En déduire les variations de f sur $[0 ; 4]$.

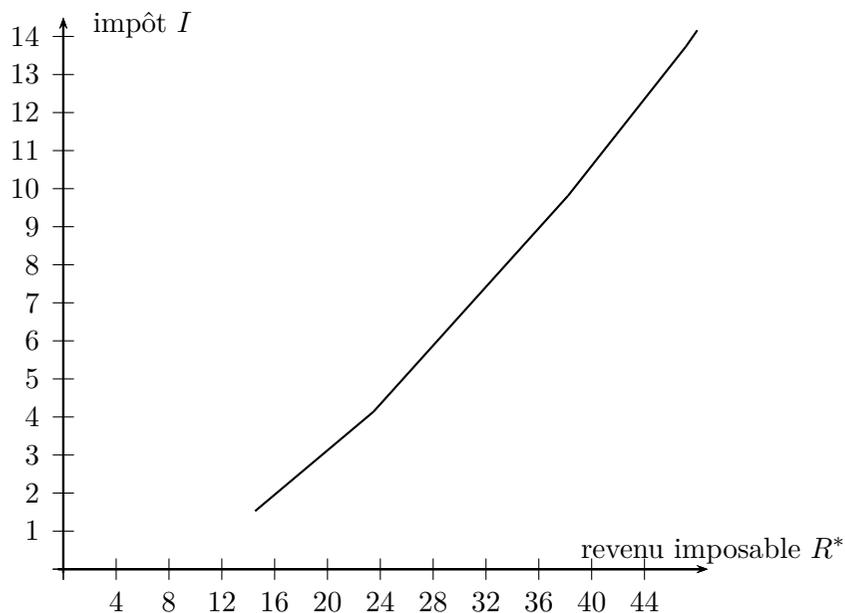
Exercice III (calcul de l'impôt sur le revenu)

Document 1 : montant de l'impôt en fonction du quotient familial.

Le revenu imposable R^* se calcule à partir du salaire annuel net. Le nombre de part N est calculé en fonction du nombre de personnes dans le foyer. Le quotient familial Q est égal à R^*/N . L'impôt I se calcule alors par un système de tranches :

Si $Q \leq 4191 \text{ €}$	l'impôt I est égal à 0
Si $Q > 4191 \text{ €}$ et $Q \leq 8242 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,0705) - (295,47 \times N)$
Si $Q > 8242 \text{ €}$ et $Q \leq 14506 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,1974) - (1341,38 \times N)$
Si $Q > 14506 \text{ €}$ et $Q \leq 23489 \text{ €}$	$I = \dots\dots\dots$
Si $Q > 23489 \text{ €}$ et $Q \leq 38218 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,3854) - (4912,91 \times N)$
Si $Q > 38218 \text{ €}$ et $Q \leq 47131 \text{ €}$	$I = \dots\dots\dots$
Si $Q > 47131 \text{ €}$	$I = (R^* \times 0,4958) - (9634,87 \times N)$

Document 2 : courbe indiquant le montant de l'impôt I en fonction du revenu imposable R pour un célibataire ($N = 1$ part), l'unité étant le millier d'euros.



1°) Calculez le montant de l'impôt dans les cas suivants :

- a) Bob, célibataire ($N = 1$ part) avec un revenu imposable de 14 000 €.
- b) Lucie et Lucien sont mariés avec trois enfants ($N = 4$ parts) et ont un revenu imposable de 21 340 €.

Dans la suite, nous ne considérerons que le cas des célibataires ($N = 1$ part). Dans ce cas, $Q = R^$.*

2°) Construisez sur le document 2 les segments correspondant aux trois premières tranches.

3°) a) Calculez l'impôt correspondant à $R^* = 38218 \text{ €}$ puis à $R^* = 47131 \text{ €}$.

- b) En déduire la formule donnant l'impôt pour la sixième tranche.
- c) Procéder de même pour la quatrième tranche.

4°) a) Indiquez, par lecture graphique, le revenu imposable R^* correspondant à un impôt de 9000 euros.

b) Donnez une valeur plus précise par le calcul.

5°) Fred voit son revenu imposable augmenter de 300 € tout en restant dans la seconde tranche. De combien augmente son impôt? Même question s'il était dans la quatrième tranche (on pourra penser au graphique et à la notion de coefficient directeur).