

## Exercices : Fonctions du second degré

### 1) Définitions

Une fonction  $f$ , définie sur un certain intervalle  $I$ , est du **second degré** si, pour tout  $x$  de  $I$ , on a :  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a, b, c$  sont des constantes ( $a \neq 0$ ).

Les **racines** de  $f(x)$  sont les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .

Le **discriminant** de  $f(x)$  est le nombre  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

### 2) Équations, inéquations du second degré, factorisation

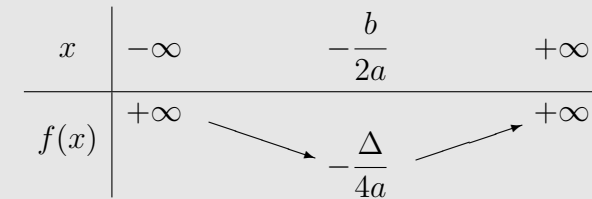
Signe de $\Delta$	Solutions de $f(x) = 0$ (racines de $f(x)$ )	Signe de $f(x)$	Factorisation de $f(x)$
$\Delta < 0$	aucune	signe de $a$	aucune
$\Delta = 0$	une seule solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	signe de $a$	$a(x - x_0)^2$
$\Delta > 0$	deux solutions : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	signe de $-a$ entre $x_1$ et $x_2$ ; signe de $a$ ailleurs	$a(x - x_1)(x - x_2)$

#### Exercice I

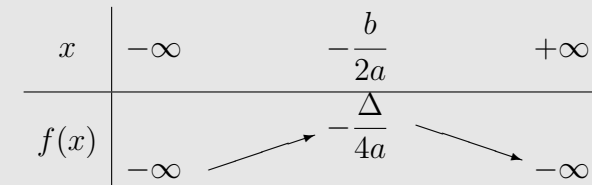
Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$\begin{array}{l} 1^\circ) x^2 + x + 1 = 0 \quad | \quad 2^\circ) 3x^2 - 4x - 4 < 0 \quad | \quad 3^\circ) x^2 - x + 3 > 0 \\ 4^\circ) 2x^2 + x + 1 < 0 \quad | \quad 5^\circ) -6x^2 + 11x - 3 < 0 \quad | \quad 6^\circ) 3x^2 - 2x - 1 = 0 \end{array}$$

### 3) Variations d'une fonction du second degré



Cas où  $a > 0$



Cas où  $a < 0$

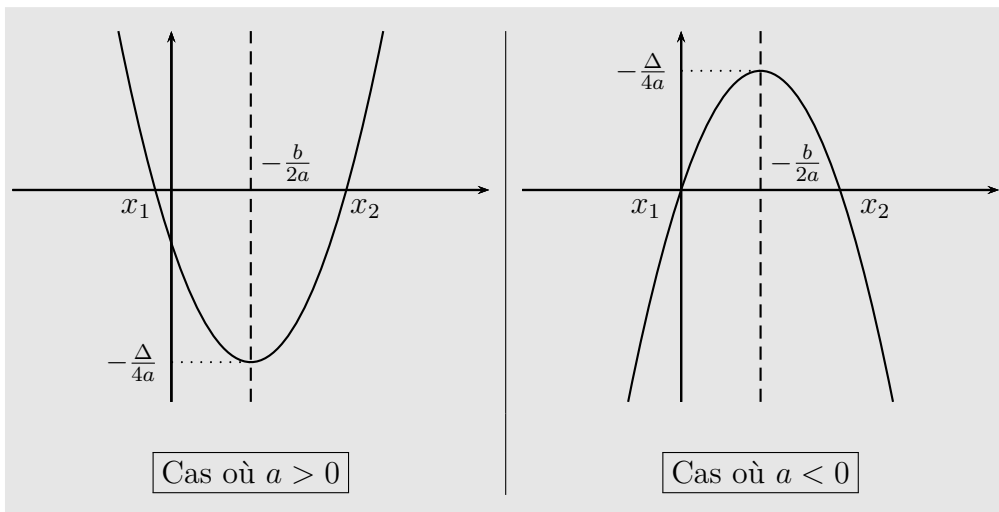
### 4) Courbe d'une fonction du second degré

La courbe d'une fonction du second degré est une **parabole** qui a pour sommet le point  $\Omega \left( -\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right)$  et qui est symétrique par rapport à

la droite d'équation  $x = -\frac{b}{2a}$ .

L'orientation de cette parabole dépend du signe de  $a$ .

Remarque : le nombre  $-\frac{b}{2a}$  est la valeur de  $x_0$  et la moyenne de  $x_1$  et de  $x_2$ .

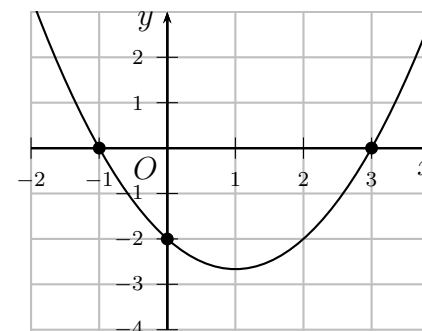


### Exercice II

- 1°) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 - 4x - 4$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère quelconque.
- Donnez les coordonnées du sommet de  $\mathcal{C}$  et une équation de son axe de symétrie.
  - Donnez le tableau de variations de  $f$ .
  - Déterminez les valeurs de  $x$  (si elles existent) pour lesquelles  $f(x)$  s'annule.
  - Déduire des deux questions précédentes le tableau de signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - Retrouvez ce tableau de signes en utilisant les résultats du cours.
- 2°) Mêmes questions avec la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^2 - x + 1$ .

### Exercice III (parabole coupant les axes de coordonnées)

La courbe d'une fonction trinôme du second degré  $f$  est représentée ci-dessous.



Déterminez une expression de  $f(x)$  puis le minimum exact de  $f$ .

### Exercice IV

$ABC$  est un triangle rectangle en  $B$ .  
 $AB = 6$  cm et  $BC = 8$  cm.

- Calculer la longueur  $AC$ .
- Soit  $M$  un point sur le segment  $[AC]$ .
  - Calculer la surface du rectangle  $BHMK$  pour  $CM = 2$ .
  - Déterminer le comportement de l'aire du rectangle quand  $M$  se déplace de  $C$  en  $A$ .

