

Exercices : Fonctions du second degré

1) Définitions

Une fonction f , définie sur un certain intervalle I , est du **second degré** si, pour tout x de I , on a : $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des constantes ($a \neq 0$).

Les **racines** de $f(x)$ sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Le **discriminant** de $f(x)$ est le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

2) Équations, inéquations du second degré, factorisation

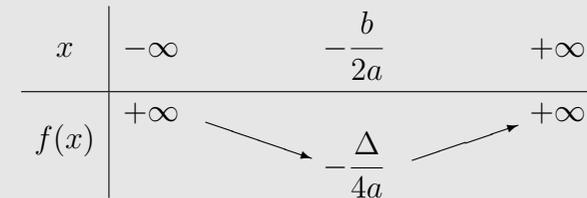
Signe de Δ	Solutions de $f(x) = 0$ (racines de $f(x)$)	Signe de $f(x)$	Factorisation de $f(x)$
$\Delta < 0$	aucune	signe de a	aucune
$\Delta = 0$	une seule solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	signe de a	$a(x - x_0)^2$
$\Delta > 0$	deux solutions : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	signe de $-a$ entre x_1 et x_2 ; signe de a ailleurs	$a(x - x_1)(x - x_2)$

Exercice I

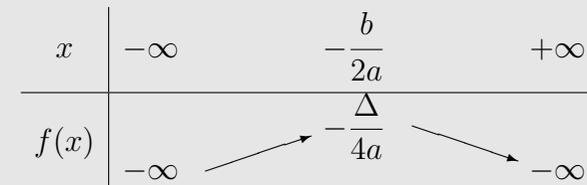
Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\begin{array}{l} 1^\circ) x^2 + x + 1 = 0 \quad | \quad 2^\circ) 3x^2 - 4x - 4 < 0 \quad | \quad 3^\circ) x^2 - x + 3 > 0 \\ 4^\circ) 2x^2 + x + 1 < 0 \quad | \quad 5^\circ) -6x^2 + 11x - 3 < 0 \quad | \quad 6^\circ) 3x^2 - 2x - 1 = 0 \end{array}$$

3) Variations d'une fonction du second degré



Cas où $a > 0$



Cas où $a < 0$

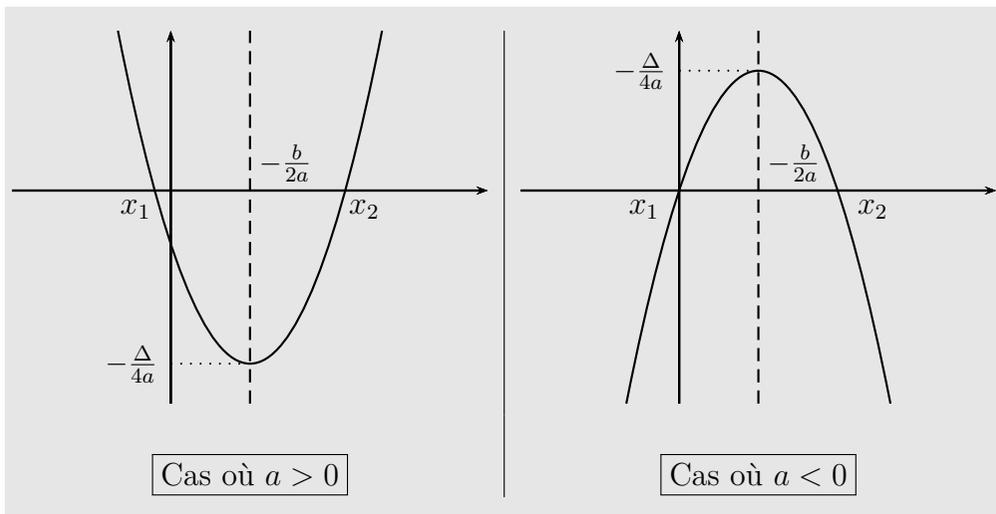
4) Courbe d'une fonction du second degré

La courbe d'une fonction du second degré est une **parabole** qui a pour sommet le point $\Omega \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right)$ et qui est symétrique par rapport à

la droite d'équation $x = \frac{-b}{2a}$.

L'orientation de cette parabole dépend du signe de a .

Remarque : le nombre $\frac{-b}{2a}$ est la valeur de x_0 et la moyenne de x_1 et de x_2 .

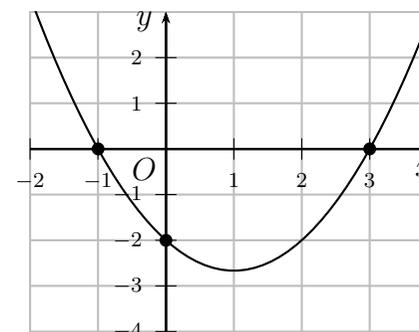


Exercice II

- 1°) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 4x - 4$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère quelconque.
- Donnez les coordonnées du sommet de \mathcal{C} et une équation de son axe de symétrie.
 - Donnez le tableau de variations de f .
 - Déterminez les valeurs de x (si elles existent) pour lesquelles $f(x)$ s'annule.
 - Déduire des deux questions précédentes le tableau de signe de f sur \mathbb{R} .
 - Retrouvez ce tableau de signes en utilisant les résultats du cours.
- 2°) Mêmes questions avec la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 - x + 1$.

Exercice III (parabole coupant les axes de coordonnées)

La courbe d'une fonction trinôme du second degré f est représentée ci-dessous.



Déterminez une expression de $f(x)$ puis le minimum exact de f .

Exercice IV

ABC est un triangle rectangle en B .
 $AB = 6$ cm et $BC = 8$ cm.

- Calculer la longueur AC .
- Soit M un point sur le segment $[AC]$.
 - Calculer la surface du rectangle $BHMK$ pour $CM = 2$.
 - Déterminer le comportement de l'aire du rectangle quand M se déplace de C en A .

